

คู่มือแบบฝึกหัด
เรขาคณิตภาคปฏิบัติ
สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓

หลวงศิลาอนุการทวิ
ครูเก่า วิชาเรขาคณิต
รวบรวม

516

ศ 529 ก

๑/๕๐

0679

คู่มือแบบฝึกหัด

เรขาคณิตภาคปฏิบัติ

สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓

หลวงศิลาพานุกการกร

ครูเก่า วชิราวุธวิทยาลัย รวบรวม

(สงวนลิขสิทธิ์)



513
๓

เลขห้อง

216

เลขหมู่

516

N529

เลขทะเบียน

คำแนะนำในการพิมพ์ครั้งที่ ๔

คู่มือเรขาคณิตภาคปฏิบัติฉบับพิมพ์ครั้งที่ ๔ นี้ ได้แก้ไขให้ตรงกับแบบฝึกหัดที่พิมพ์ใน พ.ศ.

๒๕๐๑ แล้วทุกข้อ และได้้นำ คำอธิบายทั่วไป กับ คำชี้แจงเพิ่มเติมสำหรับครู ที่แยกพิมพ์ไว้ในสมุดแบบฝึกหัดทั้งสามเล่ม มารวมไว้ด้วยกันในเล่มนี้ เพื่อครูผู้สอนจะได้ไม่ต้องไปค้นจากหนังสือหลายเล่ม.

คู่มือชุดนี้ หน้าซ้ายเป็นคำอธิบายวิธีสร้างรูป หน้าขวาเป็นรูปที่สร้างสำเร็จแล้ว แต่ย่อส่วนลงเหลือประมาณครึ่งหนึ่งของรูปที่ให้นักเรียนสร้าง ถ้ามีคำถามอยู่ในโจทย์แบบฝึกหัดด้วย ก็พิมพ์คำตอบไว้ใต้รูป เพื่อมิให้ครูต้องเสียเวลาไปคิดหาคำตอบอีก. เลขประจำหน้าในคู่มือเล่มนี้จัดไว้ตรงกับเลขประจำหน้าในสมุดแบบฝึกหัดทุกหน้า ถ้าสงสัยแบบฝึกหัดที่อยู่หน้าไหน ก็เปิดดูคู่มือในหน้านั้น.

แบบฝึกหัดเรขาคณิตที่ใช้กับคู่มือชุดนี้ เขียนขึ้นตามแนวการสอนของท่าน Rev. H.J.Hodgson, M.A. อดีตอาจารย์ใหญ่ St. Peter's School, Exmouth ซึ่งกำหนดให้ เรียนด้วยการทำ หรือ เรียนจากการปฏิบัติไปสู่ทฤษฎี. เริ่มต้นด้วยการให้นักเรียนเขียนรูปง่าย ๆ (ดูแบบฝึกหัดสำหรับมัธยมปีที่ ๑) ซึ่งอยู่ในวิสัยที่เด็กอายุสิบปีขึ้นไปสามารถทำได้โดยไม่ต้องอาศัยคำอธิบายจากครู (หรืออาศัยน้อยที่สุดเฉพาะที่จำเป็นจริงๆ และให้ได้ทำด้วยความสามารถของตนเองมากที่สุด) แล้ว

๖

ให้นักเรียนสังเกตผลที่เกิดจากการทำซ้ำกันหลาย ๆ ครั้ง เมื่อปรากฏว่ามีผลเป็นอย่างเดียวกันเสมอไป ก็ตั้ง
ขึ้นเป็นกฎหรือทฤษฎี ครูไม่ต้องเป็นกังวลถึงวิธีสอนมากนัก เพราะในแบบฝึกหัดทุก ๆ ข้อ ได้วางแนวการ
ปฏิบัติของนักเรียนไว้เสร็จแล้ว ครูเพียงแต่ช่วยควบคุมให้นักเรียนได้ทำงานตามที่กำหนดไว้ในแบบฝึกหัด
และคอยช่วยแก้ไขข้อสงสัยของนักเรียนบางคน ที่อาจเกิดขึ้นเพราะไม่เข้าใจโจทย์ หรือเข้าใจไขว่เขวไปจาก
จุดประสงค์. นักเรียนจะพบความจริงที่เป็นกฎหรือทฤษฎีในวิชาเรขาคณิตด้วยตนเองเป็นส่วนมาก ทำให้
เข้าใจซาบซึ้งและสะดวกแก่การที่จะเรียนทฤษฎีบทในชั้นสูงขึ้นไป. วิธีสอนแบบนี้ ท่าน Rev. H.J.
Hodgson ได้เขียนขึ้นครั้งแรกเมื่อสามสิบปีมาแล้ว แต่ก็ยังคงถือกันว่าเป็นวิธีสอนแผนใหม่อยู่จน
กระทั่งปัจจุบันนี้.

สิงหาคม ๒๕๐๑

ศาสตราจารย์

สารบัญ

คำอธิบายทั่วไป		หน้า	จ
คำ ^ข แจ้งบางเรื่อง		,,	ณ
แบบฝึกหัดที่ ๑	รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน	,,	๑
แบบฝึกหัดที่ ๒	รูปหลายเหลี่ยม	,,	๕
แบบฝึกหัดที่ ๓	การสร้างรูปสามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม และห้าเหลี่ยมโดยกำหนดสิ่งต่างๆ ให้	,,	๑๓
แบบฝึกหัดที่ ๔	การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (สี่เหลี่ยม ผืนผ้า สี่เหลี่ยมจัตุรัส สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน)	,,	๒๕
แบบฝึกหัดที่ ๕	โจทย์ระคน	,,	๓๓

- แบบฝึกหัดที่ ๖ การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม สี่เหลี่ยมคางหมู
และสี่เหลี่ยมที่ไม่จำกัดด้านและมุม ,, ๔๕
- แบบฝึกหัดที่ ๗ การสร้างวงกลม โดยกำหนดจุดที่เส้นรอบวงให้ ,, ๖๕
- แบบฝึกหัดที่ ๘ การสร้างรูปเหลี่ยมด้านเท่าบรรจุภายใน
และล้อมภายนอกวงกลม ,, ๗๓
- แบบฝึกหัดที่ ๙ การสร้างวงกลมบรรจุภายในและล้อมภายนอก
รูปเหลี่ยมต่าง ๆ ,, ๗๕
- แบบฝึกหัดที่ ๑๐ โจทย์ระคน ,, ๘๕
- คำอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการสร้างรูปหลายเหลี่ยม ด้านเท่าและมุมเท่า ,, ๑๒๑
- คำชี้แจงเพิ่มเติมสำหรับครู ,, ๑๒๕

คำอธิบายทั่วไป

๑. แบบฝึกหัดที่สำคัญและไม่สำคัญ แบบฝึกหัดต่าง ๆ ในเรขาคณิตเล่มนี้ นอกจากโจทย์ระคนแล้วนับว่าเป็นแบบฝึกหัดที่สำคัญและจำเป็นซึ่งนักเรียนต้องทำทุกข้อ ส่วนโจทย์ระคนในแบบฝึกหัดที่ ๕ และที่ ๑๐ นั้น เป็นตัวอย่างข้อสอบไล่ของโรงเรียนต่าง ๆ ในประเทศอังกฤษ คือ ข้อสอบ Public School Entrance, Oxford and Cambridge Preliminary, Oxford and Cambridge Junior ฯลฯ ที่ผู้รวบรวมแต่งขึ้นเองนั้นมีเป็นส่วนน้อย ข้อสอบไล่เหล่านี้ไม่สู้สำคัญนัก ถ้าครูเห็นว่าไม่จำเป็นต้องทำทั้งหมด จะเลือกให้ทำแต่บางข้อก็ได้ ข้อใดที่ครูผู้สอนเห็นว่ายากเกินไปสำหรับนักเรียนในชั้นนี้ก็ควรเว้นเสีย ไม่ต้องให้ทำ แต่เด็กที่มีเชาวน์ดี เมื่อได้รับคำอธิบายจากครูเพียงเล็กน้อยก็สามารถทำได้ทุกข้อ.
๒. ข้อควรสังเกต คือข้อความสำคัญที่ครูจะต้องพยายามให้นักเรียนเข้าใจและจำได้โดยแม่นยำ เพราะเป็นผลที่ได้จากการสอบสวนทดลอง จนปรากฏว่าเป็นความจริงแล้ว และจะต้องนำเอาไปใช้ในบทต่อ ๆ ไป. คำจำกัดความหรือบทนิยามก็รวมอยู่ในข้อควรสังเกตนี้ด้วย แต่วิธีสอนในแบบฝึกหัดชุดนี้ ไม่ประสงค์ให้ครูนำคำเฉพาะในวิชาเรขาคณิต และคำจำกัดความของคำเฉพาะเหล่านั้นมาสอนแก่เด็กในคราวเดียวกันทั้งหมด ต้องการให้เด็กค่อย ๆ สังเกตจำไปที่ละคำสองคำ ขณะทำแบบฝึกหัดเท่านั้น.

๓. เครื่องมือ ก่อนลงมือทำแบบฝึกหัด ครูต้องให้นักเรียนเตรียมเครื่องมือเหล่านี้มาให้พร้อม.

- (๑) ดินสอดำ ๒ แท่ง (ก่อนข้างแข็งแท่งหนึ่ง ก่อนข้างอ่อนแท่งหนึ่ง).
- (๒) ยางลบอ่อน ๑ แท่ง.
- (๓) ไม้บรรทัด ๑ อัน ริมข้างหนึ่งแบ่งเป็นนิ้ว และเศษสิบของนิ้ว, ริมอีกข้างหนึ่งแบ่งเป็นเซนติเมตร และมีลิเมตร (ใช้โปรแทรกเตอร์สี่เหลี่ยมอย่างยาว ๖ นิ้วสะดวกดี แต่ต้องหาที่ขีดแบ่งระยะความยาวได้มาตรฐาน).
- (๔) ไม้ฉาก ๒ อัน อันหนึ่งมีมุม 45° สองมุม อีกอันหนึ่งมีมุม 60° กับ 30° .
- (๕) วงเวียน ๑ อัน ถ้าได้เครื่องกระยะ (Dividers) และเหล็กปลายแหลม (Pricker) อีกอย่างละอันก็ยิ่งดี.
- (๖) โปรแทรกเตอร์รูปครึ่งวงกลม ๑ อัน.

(ดินสอดำต้องเหลาให้แหลมทุกแท่ง ทั้งที่ติดกับวงเวียนด้วย เพราะดินสอดำทำให้รูปเคลื่อนคลาดได้มาก).

๔. การเขียนเส้น เส้นที่นักเรียนต้องเขียนมี ๓ ชนิด คือ เส้นที่เขียนขึ้นเพื่อเป็นทางสำหรับหาสิ่งที่ต้องการต่อไป ใช้เส้นบางที่สุด หรือเขียนเป็นจุดไข่ปลาก็ได้ (แต่เส้นที่เป็นจุดไข่ปลาเขียนเข้ามา) เส้นที่โจทย์กำหนดให้ เขียนหนักปานกลางพอเห็นได้ชัดเจน ส่วนเส้นสำคัญที่โจทย์ประสงค์ให้สร้างต้องหนักกว่าเส้นชนิดอื่น เช่น ให้ลากเส้นตั้งได้จากกับเส้นตรงที่กำหนดให้ เส้นตั้งได้จากต้องหนักที่สุด

เส้นที่กำหนดให้เขียนหน้าปานกลาง เส้นที่เขียนด้วยวงเวียนเพื่อเป็นทางไปหาเส้นตั้งได้จาก เขียนเบาที่สุด หรือเขียนเป็นจุดไขปลา.

การเขียนเส้น ครูต้องกวาดชั้นให้นักเรียนเขียนให้ถูกต้องจริงๆ เส้นใดควรหนักก็ต้องเขียนให้หนัก เส้นใดควรเบา ก็ต้องเขียนเบา จะเขียนตามชอบใจไม่ได้ ความยาวของเส้นและความกว้างของมุมต้องพยายามเขียนให้เท่ากับจำนวนที่กำหนดให้ ถ้าไม่กวาดชั้นเสียแต่ต้นมือ เด็กจะรู้สึกว่ายากเกินไปหรือไม่เป็นไร ต่อไปนี้สักระยะเพราะก็จะเกิดขึ้น.

๕. วิธีสอน (๑) การเรียนโดยการทำตามวิธีในแบบฝึกหัดชุดนี้ ได้มอบคำอธิบายเกี่ยวกับหลัก

สำคัญ ๆ ให้อยู่ในดุลยพินิจของครูผู้สอน แต่ขอให้ครูพยายาม อธิบายให้น้อยที่สุด และให้นักเรียนได้ ทำด้วยตนเองมากที่สุด ข้อใดที่จำเป็นต้องอธิบายแล้ว ควรเขียนรูปบนกระดานดำ ให้นักเรียนเห็นไปพร้อมกับคำอธิบายที่เดียว เด็กจึงจะเข้าใจได้ดี

(๒) ขั้นต้นต้องให้นักเรียนเข้าใจความหมายของโจทย์เสียก่อน คือ ให้นักเรียนมองเห็นภาพที่โจทย์ประสงค์ให้สร้าง ไม่มีวิธีใดดีกว่าเขียนรูปคร่าว ๆ ให้นักเรียนดูบนกระดานดำ หรือแนะนำให้นักเรียนเขียนเองในกระดาษอื่นเสียก่อน เมื่อนักเรียนเห็นรูปคร่าว ๆ ที่โจทย์ต้องการแล้ว การสร้างให้ได้ขนาดแน่นอนตามที่โจทย์กำหนดก็ไม่เป็นการยาก แต่อาจมีโจทย์บางข้อที่นักเรียนส่วนมากในชั้นไม่ใคร่เข้าใจ และทำเองไม่ได้ ครูจำเป็นต้องเขียนรูปและอธิบายบนกระดานดำ ถ้ายังสงสัยว่านักเรียนจะไม่เข้าใจดี ก็ควรเรียก นักเรียนคนใดคนหนึ่ง ออกมา สร้างรูป ให้ดู บนกระดานดำอีกครั้งหนึ่ง เมื่อเห็นว่าเข้าใจแล้ว จึงค่อยให้ทำในสมุด.

คำชี้แจงบางเรื่อง

คำอธิบายทั่วไปที่พิมพ์ไว้ในแบบฝึกหัดเรขาคณิตภาคปฏิบัติและในคู่มือเล่มนี้ ข้าพเจ้าได้เขียนขึ้นนานแล้ว ตั้งใจเพียงให้เป็นคำเตือนเพื่อนครูในสิ่งสำคัญบางประการ ที่จะช่วยให้การเรียนและการสอนเรขาคณิตตามวิธีใหม่นี้ดำเนินไปสู่จุดประสงค์เท่านั้น แต่ต่อมาข้าพเจ้าได้รับจดหมายจากเพื่อนครูหลายท่าน แสดงความข้องใจในข้อปลีกย่อย ซึ่งข้าพเจ้าคาดไม่ถึงว่าจะเกิดเป็นปัญหาขึ้น จึงมิได้เขียนอธิบายไว้. ข้าพเจ้าได้พยายามค้นคว้าหาคำตอบและส่งไปให้เจ้าของจดหมายเป็นส่วนตัวแล้วทุกท่าน แต่ภายหลังมารู้สึกว่ ข้อข้องใจเหล่านั้นอาจจะเกิดขึ้นแก่เพื่อนครูอื่น ๆ ได้เช่นเดียวกัน เพราะคำอธิบายทั่วไปที่ข้าพเจ้าเขียนไว้แล้วไม่กว้างพอที่จะให้ความสว่างแก่ครูผู้สอนได้ทุกกรณี ในการพิมพ์ครั้งนี้ ข้าพเจ้าจึงได้รวบรวมข้อสงสัยและคำตอบมาพิมพ์ไว้ด้วย เพื่อผู้ที่ข้องใจในปัญหาเดียวกันจะได้รับประโยชน์บ้างตามสมควร.

๑. เรื่องที่เกี่ยวข้องกับประมวลการสอน

ข้อข้องใจ การสอนเรขาคณิตภาคปฏิบัติ จะต้องให้นักเรียนเขียนคำอธิบายวิธีสร้าง และเขียนสิ่งที่กำหนดให้ ลงในสมุดด้วยหรือไม่ เพราะประมวลการสอนบางเล่มก็กำหนดให้เขียน บางเล่มก็ไม่ได้กำหนดไว้.

คำชี้แจง ข้อนี้ไม่น่าจะเป็นปัญหาแล้ว เพราะประมวลการสอนฉบับหลัง (พ.ศ. ๒๔๕๕) บ่งไว้ชัดเจนแล้วว่า “ไม่จำเป็นต้องเขียนสิ่งที่กำหนดให้และอธิบายวิธีสร้างอย่างชั้นมัธยมตอนปลาย”

ประมวลการสอนปี พ.ศ. ๒๔๕๐ กำหนดให้เขียนคำอธิบายวิธีสร้างกับสิ่งที่กำหนดให้ไว้ด้วย แต่เมื่อทดลองสอนจริง ๆ ปรากฏว่า ไม่ได้ผลตามความคาดหมาย และทำให้นักเรียนเรียนไม่ทันด้วย จึงต้องแก้ไขกันใหม่.

ประมวลการสอนเป็นสิ่งที่เปลี่ยนแปลงแก้ไขได้ ไม่ใช่บังคับตายตัวว่าต้องปฏิบัติอย่างนั้นเสมอไป มีการอนุโลมให้ครูปฏิบัติตามความเห็นชอบได้อย่างกว้างขวาง ขอให้อ่านข้อความตอนหนึ่งซึ่งอยู่ในคำนำของประมวลการสอนฉบับหลังข้างล่างนี้

“ประมวลการสอนนี้เป็นเพียงเครื่องมือหรือคู่มือของครูชั้นหนึ่งหรือเล่มหนึ่งเท่านั้น เมื่อครูจะมีประมวลการสอนอื่นใด ที่พิจารณาแล้วเห็นว่า จะใช้ดำเนินการสอนให้เป็นไปตามหลักสูตรได้ ย่อมจะใช้ประมวลการสอนนั้นได้ตามความเห็นชอบ.”

๒. เรื่องที่เกี่ยวข้องกับคำอธิบายสำหรับนักเรียน

ข้อข้อใจ สมุดแบบฝึกหัดเรขาคณิตชุดนี้ เป็นสมุดที่ให้นักเรียนใช้ แต่ทำไมไม่มีคำอธิบายสำหรับนักเรียน มีแต่คำอธิบายสำหรับครู และก็มีน้อยเกินไป ไม่พอความต้องการของครู เกรงว่าทั้งครูและนักเรียนจะได้รับประโยชน์ไม่สมบูรณ์

คำชี้แจง ข้อนี้เป็นความประสงค์ของผู้ต้นคิดวิธีสอนแบบนี้ คือต้องการให้นักเรียนได้เรียนจากการปฏิบัติโดยไม่ต้องอาศัยทฤษฎี ไม่ต้องการให้เรียนจากการอ่านคำอธิบายยาว ๆ จากหนังสือ ถ้าจำเป็นต้องอาศัยคำอธิบายบ้าง ก็ต้องการให้เด็กได้รับคำอธิบายจากปากของครูเอง เพราะถือว่า คำอธิบายของครูที่กระดานดำ แม้จะใช้เวลาเพียงสองสามนาที ก็ทำให้นักเรียนเข้าใจซาบซึ้งได้มากกว่าอ่านคำอธิบายจากหนังสือหลาย ๆ หน้า.

ส่วนตัวครูผู้สอนนั้น ท่านถือว่า เป็นผู้มีความรู้และความเข้าใจในวิชานั้นดีแล้ว จึงมีคำอธิบายสำหรับครูแทรกไว้ในแบบฝึกหัดเฉพาะบางแห่งที่เห็นว่าจำเป็นจริง ๆ เท่านั้น ถ้าครูติดขัดในข้อใดก็น่าจะค้นจากตำราหรือคู่มือของครู ไม่ควรต้องอาศัยคำอธิบายจากแบบฝึกหัดสำหรับนักเรียน.

อีกประการหนึ่ง การเรียนวิธีนี้ ต้องการให้นักเรียนเข้าถึงเนื้อแท้ของวิชาเรขาคณิตในทันที จึงตัดคำอธิบายในสิ่งปลีกย่อยที่ไม่จำเป็นต้องรู้ในขณะทำแบบฝึกหัดออกเสีย ยังไม่นำเข้ามาสอน จนกว่าจะถึงบทเรียนที่เกี่ยวกับสิ่งนั้น.

๓. เรื่องที่เกี่ยวข้องกับการท่องจำ

ข้อข้องใจ ในคำอธิบายทั่วไปข้อ ๒ ที่ว่า “ครูจะต้องพยายามให้นักเรียนเข้าใจและจำได้แม่นยำ” นั้น หมายความว่าต้องให้นักเรียนท่องด้วยหรือไม่.

คำชี้แจง การเรียนจากแบบฝึกหัดชุดนี้ ไม่มีการให้ท่องจำ ต้องการให้นักเรียนเข้าใจและจำได้เองโดยไม่ต้องท่อง เพราะสิ่งที่นักเรียนรู้และเข้าใจนั้น ได้มาจากการสังเกตเห็นด้วยตาตนเอง ย่อมทรงจำได้อย่างซาบซึ้ง ผิดกับความรูที่ได้จากคำบอกเล่าของผู้อื่น เมื่อนักเรียนได้รู้เองเห็นเองก็ไม่ลืมง่าย ถ้าครูคอยถามทวนอยู่บ่อย ๆ ก็จะจำได้อย่างแม่นยำโดยไม่ต้องท่อง.

แนวการสอนในแบบฝึกหัดชุดนี้ มุ่งให้นักเรียนเข้าใจจากความรู้ และความคิดเห็นของตนเอง โดยไม่ต้องอาศัยคำบอกเล่าของครู เช่นเมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดที่กำหนดให้ลากเส้นตรงจากจุดตามจุดมาบรรจบกันเป็นรูปเหลี่ยมแล้ว ก็ถามนักเรียนว่า รูปนี้เป็นรูปกี่เหลี่ยม จะได้รับคำตอบว่า รูปสามเหลี่ยม. นี่คือนักเรียนรู้จักคำว่ารูปสามเหลี่ยม ซึ่งเป็นคำเฉพาะในวิชาเรขาคณิตด้วยตนเอง

เมื่อถามต่อไปว่า รูปสามเหลี่ยมมีกี่ด้าน ก็จะได้รับคำตอบว่า มีสามด้าน. เมื่อถามอีกว่า ด้านของรูปสามเหลี่ยมเป็นเส้นชนิดไหน (เส้นตรงหรือเส้นโค้ง) ก็จะได้รับคำตอบว่า เป็นเส้นตรง. คำตอบสองประโยคหลังของนักเรียน เมื่อเรียงเนื้อความให้เกี่ยวเนื่องกันดีแล้วก็คือบทนิยามของรูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนสังเกตเห็นด้วยตนเอง. คำถามและคำตอบเช่นนี้ได้กำหนดลงไว้ในแบบฝึกหัดแล้ว. เมื่อคำเฉพาะและบทนิยามอาจค้นหาได้เองจากรูปที่นักเรียนสร้างเช่นนั้น จึงไม่ควรนำคำเฉพาะและบทนิยาม ซึ่งไม่เกี่ยวกับบทเรียนที่นักเรียนกำลังเรียนอยู่เข้ามาสอนให้เกิดความสับสน.

ความจริงบางประการที่เป็นทฤษฎี ก็อาจให้นักเรียนค้นได้จากรูปที่สร้าง เช่นต้องการให้นักเรียนรู้ว่า “เมื่อเส้นตรงสองเส้นตัดกัน มุมที่อยู่ตรงข้ามย่อมเท่ากัน” ก็ให้นักเรียนเขียนเส้นตรงสองเส้นตัดกัน

แล้วให้วัดขนาดของมุมที่อยู่ตรงข้ามว่าเท่ากันหรือไม่ ให้เขียนและวัดเส้นนี้จากรูปหลาย ๆ รูป และให้เส้นตรงตัดกันเป็นมุมใหญ่บ้างเล็กบ้าง นักเรียนก็จะค้นพบความจริงด้วยตนเอง ว่ามุมตรงข้ามที่เกิดจากเส้นตรงตัดกันนั้น กางเท่ากันเสมอ ทำให้เข้าใจทฤษฎีนี้ได้อย่างซาบซึ้ง โดยครูไม่ต้องบอก.

๔. เรื่องที่เกี่ยวข้องกับคำจำกัดความหรือบทนิยาม

ข้อข้องใจ ทำไมคำจำกัดความหรือบทนิยามในตำราเรขาคณิตจึงไม่เหมือนกันทุกเล่ม ควรจะถือเอาของใครเป็นถก.

คำชี้แจง เหตุที่บทนิยามในตำราเรขาคณิตหลายเล่มไม่เหมือนกันนั้น เป็นเพราะการเขียนบทนิยามให้ถูกหลักและให้ถูกใจคนทั่วไปด้วยนั้นทำได้ยากอย่างยิ่ง บทนิยามที่ให้ไว้ในตำราเก่า ๆ ไม่ใคร่ถูกใจผู้แต่งตำรารุ่นหลังทั้งหมด จึงพยายามเปลี่ยนแปลงแก้ไขตามที่ตนเห็นว่าเหมาะสมกว่า เป็นเหตุให้ถ้อยคำสำนวนผิดเพี้ยนกันไปบ้าง แต่ความหมายที่สำคัญจริง ๆ นั้นผิดกันไม่ได้ โดยมากก็ยึดเอาบทนิยามของ Euclid เป็นหลักแทบทั้งนั้น แต่ไม่ยอมรับมาใช้ทั้งหมด เช่นบทนิยามของ เส้นตรง Euclid ให้ไว้ว่า “A Straight or Right Line lies evenly between its two extremities.” Hall และ Stevens ซึ่งยึด Euclid เป็นหลักเหมือนกัน แต่ไม่ยอมรับบทนิยามนี้มาใช้ คงเขียนขึ้นใหม่ว่า “A Straight Line has the same direction from point to point throughout its whole

length.” คุณพระสันธิพิทยาพัฒน์ท่านยืดตำราของ Hall และ Stevens เป็นหลัก แต่ท่านก็ไม่ยอมรับนิยามของ Hall และ Stevens มาใช้ ท่านเขียนของท่านใหม่ว่า “เส้นตรง คือเส้นที่ขึงตึงเครียดในระหว่างจุดปลายทั้งสองข้าง.”

การเขียนนิยามให้ถูกหลักและให้ผู้อื่นเห็นด้วยโดยไม่มีข้อโต้แย้งนั้น เป็นการยากมาก เช่นบทนิยามของมุมที่ว่า “เมื่อเส้นตรงสองเส้นมาพบกันที่จุดหนึ่ง จะทำให้เกิดมุมขึ้นมุมหนึ่ง” เช่นนี้ ก็มีข้อโต้แย้งว่าไม่เป็นนิยามที่ถูกแบบ (formal definition) หรือไม่ใช่นิยาม เพราะเป็นเพียงคำบรรยายอาการของเส้นซึ่งประกอบกันขึ้นเป็นมุมเท่านั้น ไม่ได้อธิบายให้รู้ว่า มุมคืออะไร แต่ก็ยอมรับเอามาใช้กันทั่วไป เพราะยังไม่มีใครเขียนให้เป็นที่พอใจได้ยิ่งกว่านี้ ท่าน J.E. Thomson เขียนไว้ในตำราของท่านว่า “Many definitions have been given, from Euclid to the latest writer, but few of these are entirely satisfactory.”

(Euclid เกิดก่อนคริสตศักราชราว ๓๓๐ ปี นับลงมาถึงปัจจุบันนี้ก็ราว ๒๒๘๐ ปีเศษมาแล้ว ระหว่างเวลาอันยาวนานนี้ มีผู้เขียนตำราเรขาคณิตขึ้นมากมายด้วยกัน แต่จะหาคำจำกัดความที่ถูกใจทั้งหมดมีน้อย นี่แสดงว่าบทนิยามที่ถูกต้องจริง ๆ นั้นไม่ใช่เขียนได้ง่ายเลย).

การที่จะตัดสินว่า บทนิยามของใครถูก และของใครผิดนั้นยากมาก เพราะเจ้าของตำราทุกคนก็เข้าใจว่าของตนดีที่สุด จึงไม่ยอมใช้ของผู้อื่น ทางที่ดีเมื่อเราเรียนจากตำราเล่มไหนก็ควรใช้บทนิยามในเล่มนั้น และอย่าถือเอาบทนิยามเป็นเรื่องสำคัญจนเกินไป ควรถือเอาความเข้าใจและปฏิบัติได้ถูกต้องเป็นเรื่องสำคัญกว่า.

๕. เรื่องที่เกี่ยวข้องกับเครื่องมือใช้ของครู

(คำอธิบายเพิ่มเติมต่อจากคำอธิบายทั่วไปข้อ ๓)

เครื่องมือที่กำหนดไว้ในคำอธิบายทั่วไปนั้น เป็นเครื่องมือของนักเรียน สำหรับครูผู้สอนควรมีให้มากกว่านั้น และเลือกที่ได้มาตรฐานจริงๆ จึงจะสร้างรูปและตรวจงานของนักเรียนได้ถูกต้อง เช่น เครื่องกระยะ (dividers) ใช้สำหรับวัดเส้น แบ่งเส้น ไม่ควรใช้วงเวียนแทน เพราะปลายข้างที่เป็นดินสอ มักไม่ใคร่แหลมและไม่แข็งแรงเท่าเหล็ก ทำให้ระยะที่วัดเคลื่อนคลาดได้ง่าย. เหล็กปลายแหลม (Pricker) ใช้กำหนดจุดได้เล็กที่สุด. (ใช้เข็มเย็บผ้าเล่มอ้วนๆ แทนก็ได้ ก็นิดๆ เอาเข็มออก ให้เหลือหางปลายยาวประมาณ 1 นิ้วฟุต แล้วเอาทางโคนเข็มที่เป็นรอยตัด สอดเข้าไปตรงแกนกลางของด้ามปากกาหรือด้ามพู่กันที่ไม่ใช่แล้ว ให้ปลายเข็มยื่นพ้นออกไปจากด้ามราวครึ่งนิ้วฟุต). เครื่องมือสำหรับเขียนเส้นโค้ง ที่ใช้วงเวียนเขียนไม่ได้ ก็ควรมีด้วย เช่น French curves หรือ Adjustable curve มิฉะนั้นจะเขียนเส้นโค้งที่มีลักษณะต่าง ๆ กัน (Special curves) ไม่ได้ดี.

ดินสอเป็นสิ่งที่ใช้มากกว่าเครื่องมืออย่างอื่น เมื่อใช้แล้วก็สึกหรือเสื่อมคุณภาพ ต้องคอยแต่งให้แหลมอยู่เสมอ โดยดูบนกระดานทรายอย่างละเอียดที่สุด. ในประมวลการสอนปี พ.ศ. ๒๔๕๐ กำหนดให้นักเรียนใช้ดินสอ HB แท่งหนึ่ง สำหรับเขียนเส้น ชนิด BB อีกแท่งหนึ่ง สำหรับเขียนตัวเลข และตัวอักษร แต่ตำราเรขาคณิตบางเล่มแนะนำให้ใช้ดินสอที่แข็งกว่านี้ ทั้งเขียนเส้นและเขียนตัวอักษร