

ค.ร.๑๕

ค.ร.๑๕

๒๖๖๘

เวชาคณิต  
ภาคปฏิบัติการ  
ภาค๒  
สำหรับมัธยมปีที่ ๒  
ของ  
พระนิพนธ์นิตสารสิน

516

๒๖๖๑๙









ด.ร. ๑๔

รชาคณิต ภาคปฏิบัติการ

ภาค ๒

สำหรับชั้นมัธยมศึกษา ๒

ของ

พระนิพนธ์นิเทศาสน

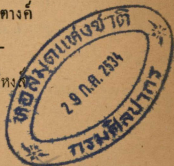
พิมพ์ครั้งที่หนึ่ง ๒๐๐๐ ฉบับ

พ.ศ. ๒๕๔๑

ราคาเล่มละ ๒๔ สตางค์

พิมพ์ที่โรงพิมพ์ศรีทอง

สงวนลิขสิทธิ์



๒๑๓



# บัญชีเรื่อง

|          |                                                                                                     | หน้า       |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| บทที่ ๙  | เปรียบเทียบ รูปสามเหลี่ยม<br>เท่ากันสนิท                                                            | ๘๐         |
|          | แบบฝึกหัดที่ ๙                                                                                      | ๘๖         |
| บทที่ ๑๐ | รูปสี่เหลี่ยม<br>แบบฝึกหัดที่ ๑๐                                                                    | ๘๘         |
|          |                                                                                                     | ๑๐๐        |
| บทที่ ๑๑ | รูปหลายเหลี่ยม มุมภายใน<br>ภายนอกของรูปสามเหลี่ยม<br>สี่เหลี่ยมและหลายเหลี่ยม<br>แบบฝึกหัดที่ ๑๑    | ๑๐๓<br>๑๑๐ |
| บทที่ ๑๒ | ส่วนของเส้นตรงที่ถูกตัดใน<br>ระหว่างเส้นขนาน และการ<br>แบ่งเส้นตรงออกเป็น ส่วน ๆ<br>แบบฝึกหัดที่ ๑๒ | ๑๑๒<br>๑๑๔ |
| บทที่ ๑๓ | ส่วนต่าง ๆ และเบื้องต้นของวงกลม<br>แบบฝึกหัดที่ ๑๓                                                  | ๑๒๐<br>๑๓๐ |

|          |                                 | หน้า |
|----------|---------------------------------|------|
| บทที่ ๑๔ | บรรจรูปเหลี่ยมค้ำยันเท่าในวงกลม | ๑๓๒  |
|          | แบบฝึกหัดที่ ๑๔                 | ๑๔๗  |
| บทที่ ๑๕ | มาตราส่วน (ต่อจากบทที่ ๘)       | ๑๔๘  |
|          | แบบฝึกหัดที่ ๑๕                 | ๑๕๔  |
|          | มาตราส่วนเส้นทะแยง              | ๑๕๖  |
|          | แบบฝึกหัดที่ ๑๖                 | ๑๖๓  |
| บทที่ ๑๖ | แผนผัง (แปลน)                   | ๑๖๓  |
|          | แบบฝึกหัดที่ ๑๗                 | ๑๗๔  |
|          | แบบฝึกหัดที่ ๑๘ (ระคน)          | ๑๗๗  |

เลขห้อง

313

214

เลขหมู่

5753 5/6

26197

เลขทะเบียน ๓๓ ๕๖ ๓๖๑๗.

# เรขาคณิตภาคปฏิบัติการ

## ภาค ๒

### สำหรับมัธยมปีที่ ๒

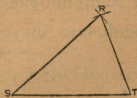
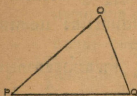
ว่าด้วยสามเหลี่ยมเท่ากันสนิท สี่เหลี่ยม หลาย  
เหลี่ยม มุมภายในภายนอก บรรจุรูปลงในวงกลม แบ่ง  
เส้นด้วยเส้นขนาน มาตราส่วนเส้นทะแยง และแผนผัง

ความมุ่งหมายของตำราชุดนี้ ทำแนะนำข้อสำคัญต่างๆ  
ของการเรียนเรขาคณิตภาคปฏิบัติการ และอื่นๆ ใ้เขียน  
ไว้ในภาค ๑ แล้ว จึงไม่จำเป็นต้องนำมาไว้ในภาคนี้ด้วย แต่  
ขออย่าว่า ตำราชุดนี้มุ่งหมายจะให้ช่วยการเรียนภาคทฤษฎีให้  
ง่ายกายขึ้น จึงเรียบเรียงคำอธิบายที่เรียนขึ้นใหม่ อย่างตัวอย่าง  
และแบบฝึกหัดเกือบหมด ก็ต้องคิดขึ้นเอง เพื่อให้เกวเนองกัน  
โดยบริบูรณ์ อีกอย่างหนึ่งไม่ได้ยึดถือตำราเล่มใดเป็นแนว  
ทางโดยตลอด ทั้งเวลาที่กะทันหันด้วย จึงน่าจะมีขาดตก  
บกพร่องอยู่บ้าง ขอใ้โปรดให้อภัยด้วย และขอความกรุณา  
ถ้าท่านผู้ใดได้พบที่ผิดพลาดเข้า โปรดแจ้งให้ข้าพเจ้าทราบ  
จะเป็นพระคุณอย่างยิ่ง เพื่อให้แก้ไขคราวพิมพ์ใหม่ต่อไป

## บทที่ ๘

เปรียบเทียบ รูปสามเหลี่ยม เท่ากันสนิท

ตัวอย่าง ๔๗ จงสร้างรูปสามเหลี่ยมให้ด้านทั้ง ๓ เท่ากับ  
รูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ กันต่อกัน



รูป ๖๓

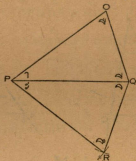
วิธีทำ (๑)  $OPQ$  เป็นรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้  
แล้วสร้างรูปสามเหลี่ยม  $RST$  ให้ด้าน  $ST = PQ$ , ด้าน  
 $SR = PO$  และด้าน  $TR = QO$  (สร้างวิธีเดียวกับรูป ๕๐)  
แล้ววัดครึ่งทั้ง ๒ มาวางซ้อนกัน จะเห็นว่าริมรูปเสมอกัน ไม่มี  
เหลื่อมล้ำกัน

เรียกว่ารูปสามเหลี่ยมทั้ง ๒ นี้ เท่ากันสนิท

และ  $\angle S = \angle P$ ,  $\angle T = \angle Q$ ,  $\angle R = \angle O$ ,

(๒) เขากัน  $PQ$  เป็นฐานร่วมกัน จากจุด  $P$  ลาก

เส้น PR ให้เท่ากับ PO และลากจุด Q ลากเส้น QR ให้เท่ากับ QO และให้พบกันที่จุด R ซึ่งอยู่ตรงกันข้ามกับจุด O



รูป ๖๔

ให้ตัดรูปออกแล้วพับตามเส้น PQ วิกฤติให้เรียบร้อย จะเห็นว่าด้าน PO กับ PR และ QO กับ OR ทับกันสนิท จึงรูปเสมอกันพอดี

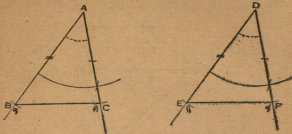
รูปสามเหลี่ยมทั้ง ๒ นี้ เรียกว่า มีพื้นที่เท่ากันสนิท หรือ เท่ากันสนิท ส่วนอื่นๆ ที่ยังไม่รู้ คือมุม ๓ มุม ก็รู้ว่า เท่ากันมุมต่อมุม คือ  $\angle ๔ = \angle ๕$ ,  $\angle ๖ = \angle ๗$ ,  $\angle ๘ = \angle ๙$

\* ข้อต้องจำ ๑๕ ถ้ารูปสามเหลี่ยม ๒ รูป มีด้าน ๓ ด้านเท่ากันด้านต่อด้าน รูปสามเหลี่ยมทั้ง ๒ นั้นก็เท่ากันสนิท (พ.๑)

ตัวอย่าง ๔๘ พงสร้างรูปสามเหลี่ยม ๒ รูปให้มีมุมยอด



เท่ากัน และให้มุมด้านข้างเป็นแขนของมุมยอดทั้ง ๒ ด้าน  
เท่ากันด้านต่อด้าน แล้วให้ตัดรูปมาซ้อนกันดู



รูป ๖๔

วิธีทำ สร้างมุมยอด  $BAC$  กับ  $EDF$  ให้เท่ากัน  
(ตัวอย่าง ๑๔)

แล้วทำให้  $AB = DE$  และ  $AC = DF$

ลากเส้น  $BC$  และ  $EF$  แล้ววัดดู

ตัดรูปสามเหลี่ยมทั้ง ๒ มาวางซ้อนกันดู จะเห็นว่ามัน  
เท่ากันสนิท และส่วนอื่นๆที่ไม่ได้เจาะจงสร้างให้เท่ากัน มัน  
ก็เท่ากันด้วย คือ

$$BC = EF$$

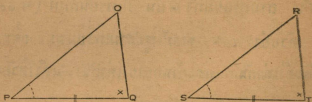
$$\angle ABC = \angle DEF$$

$$\angle ACB = \angle DFE$$

\* ข้อต้องจำ ๑๖ ถ้ารูปสามเหลี่ยม ๒ รูป มีด้าน  
เท่ากัน ๒ ด้าน ด้านต่อด้าน และมีมุมในระหว่างด้านเท่า  
ก็เท่ากัน รูปสามเหลี่ยมทั้ง ๒ นั้นเท่ากันสนิท (พ ๔) .

ตัวอย่าง ๔๔ จงสร้าง รูป สามเหลี่ยม ๒ รูป ที่รูป  
 $\triangle OPQ$  และ  $\triangle RST$  ให้มีมุมเท่ากัน ๒ มุม ๆ ต่อมุม และ  
ให้มีความเท่ากันด้านหนึ่ง ในลำดับเดียวกัน

ให้วัดมุมและด้านนอกจากนี้ และให้ตัดรูปมาเทียบกันดู



รูป ๖๖

วิธีทำ วัดเส้น  $PQ$  และ  $ST$  ให้ยาวเท่ากัน

จากจุด  $P$  และ  $S$  ลากเส้น  $PO$  และ  $SR$  ทำ  $\angle P$   
กับ  $\angle S$  ให้โตเท่ากัน

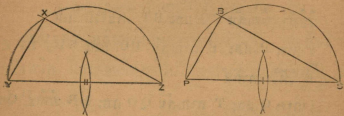
จากจุด  $Q$  และ  $T$  ลากเส้น  $QO$  และ  $TR$  ทำ  $\angle Q$  กับ  
 $\angle T$  ให้โตเท่ากัน

และให้  $PO$  กับ  $QO$  ขรรจบกันที่จุด  $O$  ให้  $SR$  กับ  
 $TR$  ขรรจบกันที่จุด  $R$

ให้วัดด้าน  $PO$  กับ  $SR$ , ด้าน  $QO$  กับ  $TR$  และ  $\angle O$  กับ  $\angle R$  ให้คัตรูปมาวางทับกันดู โดยทดลองทั้ง ๒ วิธีนี้ จะเห็นว่าสามเหลี่ยมทั้ง ๒ เท่ากันสนิท คือ  $\angle O = \angle R$   
 $PO = SR$ ,  $QO = TR$

\* ข้อต้องจำ ๑๗ ถ้ารูปสามเหลี่ยม ๒ รูป มีมุมเท่ากัน ๒ มุม มุมต่อมุม และมีด้านหนึ่งๆ ในลำดับเดียวกัน เท่ากัน สามเหลี่ยมทั้ง ๒ นั้น ก็เท่ากันสนิท (พ ๑๗)

ตัวอย่าง ๕๐ พงสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากขึ้น ๒ รูป ให้ด้านทั้งเท่ากัน และด้านทะแยงเท่ากัน แล้วให้วัดทุกส่วนขึ้นๆ และคัตรูปมาวางทับกันดู



รูป ๕๐

วิธีทำ สร้างตามตัวอย่าง ๓๑ ให้  $YZ = PS$   $YX = PB$   
 $\angle YXZ$  กับ  $\angle PBS$  เป็นมุมฉาก

จงวัด  $\angle Y$  กับ  $\angle P$ ,  $\angle Z$  กับ  $\angle S$  ด้าน  $XZ$  กับ  $BS$   
แล้ววัดรูปมาวางเทียบกันดู จะเห็นว่าเท่ากันสนิท

คือ  $\angle Y = \angle P$ ,  $\angle Z = \angle S$ ,  $XZ = BS$

\* ข้อต้องจำ ๑๘ ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ๒ รูป มี  
ด้านทะแยงเท่ากัน และมีด้านอื่น เท่ากัน อีกด้านหนึ่ง  
สามเหลี่ยมมุมฉากทั้ง ๒ นั้นก็เท่ากันสนิท (พ ๑๘)

### ข้อใจความในบทที่ ๙

๑. ต้องจำไว้ให้ได้ว่า รูปสามเหลี่ยมมีลักษณะ ๖ อย่าง  
คือด้าน ๓ ด้าน และมุม ๓ มุม

๒. การที่จะสร้างรูปสามเหลี่ยมหลายรูปให้เท่ากันสนิท  
ไม่ต้องพะวงถึงว่า จะต้องสร้างให้ด้านเท่ากันทั้ง ๓ ด้าน และ  
มุมเท่ากันทั้ง ๓ มุม เพียงแต่สร้างให้เท่ากัน ๓ อย่าง เหลือ  
อีก ๓ อย่างก็เท่ากันเอง คือ

ก. สร้างให้ด้านเท่ากัน ๓ ด้าน ๆ ต่อด้าน

ข. สร้างให้ด้านเท่ากัน ๒ ด้าน ๆ ต่อด้าน และสร้าง  
ให้มุม ๆ หนึ่งซึ่งอยู่ในระหว่างด้านที่เท่ากันนั้นเท่ากัน

ค. สร้างให้มีมุมเท่ากัน ๒ มุม ๆ ต่อมุม และสร้างให้  
ด้าน ๆ หนึ่งซึ่งอยู่ในลำดับเดียวกันนั้นเท่ากัน

ง. ถ้าสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ก็สร้างให้ด้านที่แบ่ง  
เท่ากัน กับด้านอื่นเท่ากันอีกด้านหนึ่ง

## ๙ แบบฝึกหัดที่ ๙

๑. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ๒ รูป ให้มีพื้นที่  
เท่ากันสนิท

๒. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ๒ รูป ให้มีพื้นที่  
เท่ากันสนิท

๓. จงสร้างรูปสามเหลี่ยม ๒ รูป ให้มีมุมที่ฐานทาง  
ซ้ายเท่ากัน ด้านฐานเท่ากัน และด้านตั้งทางซ้ายเท่ากัน  
เมื่อสร้างขึ้นแล้ว มุมและด้านที่ไม่ได้เจาะจงสร้างให้เท่ากัน  
จะมีอะไรเท่ากันอีก

๔. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ๒ รูป ให้เท่ากันสนิท  
จะต้องเจาะจงสร้างอะไรให้เท่ากันบ้าง

๕. จงสร้างรูปสามเหลี่ยม ๒ รูป ให้มีด้านยาว ๕.๔ ซม.

๔.๕ ซม. และ ๓.๖ ซม. เมื่อสร้างเสร็จแล้ว ให้บอกว่  
 มุมไหนเท่ากับมุมไหนด้วย

๖. จงสร้างรูปสามเหลี่ยม ๒ รูป ให้มีมุมเท่ากัน ๒ มุม  
 และให้มีความหนึ่งอยู่ในลำดับเดียวกันยาว ๔.๕ ซม.

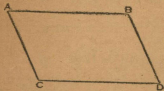
---

# บทที่ ๑๐

## รูปสี่เหลี่ยม

คำอธิบาย ๑๔ รูปสี่เหลี่ยมเป็น รูปที่มีเส้นตรงสี่เส้น  
ปลายต่อปลายบรรจบกันเป็นอาณาเขตต์ หรือจะว่าเป็นรูปที่มี  
ด้านสี่ด้านก็ได้ มีชื่อต่าง ๆ กันดังนี้

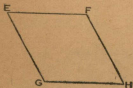
๑. รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรง  
ข้ามขนานกัน บางทีเรียกว่า สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ดังรูป ๖๔



รูป ๖๔

คือด้าน AB กับ CD ขนานกัน  
และด้าน AC กับ BD ขนานกัน

๒. สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนด้านเท่า คือสี่เหลี่ยมด้าน  
ขนานนั่นเอง แต่มีด้าน ๔ ด้านยาวเท่ากันหมด เช่นรูป ๖๕

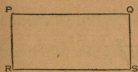


รูป ๖๕

ด้าน  $EF = FH = HG = GE$

และด้านตรงข้ามก็ต้องขนานกันดังข้อ ๑

๓. สี่เหลี่ยมผืนผ้า คือสี่เหลี่ยมด้านขนานนั่นเอง แต่



มุมทุกมุมเป็นมุมฉาก คือ มีด้านตรงข้ามขนานกัน และมี  $\angle P = \angle Q = \angle R = \angle S = ๑ \angle$  ฉ

รูป ๗๐

๔. สี่เหลี่ยมจตุรัส มีลักษณะคล้ายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า  
นั่นเอง แต่มีด้านเท่ากันทั้งสี่ด้าน

คือ ด้านตรงข้ามขนานกัน มุมทุกมุม  
เป็นมุมฉาก และด้านทุกด้านก็ยาวเท่ากัน



รูป ๗๑

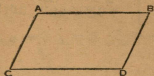
๕. รูปสี่เหลี่ยมที่ไม่มีลักษณะเฉพาะเหมือน ๔ ชนิดข้างบนนั้น ในตำราเล่มนี้จะเรียกรวมว่า รูปสี่เหลี่ยม ปีก่อน

๖. เส้น ๒ เส้นที่ตกกันเป็นมุม เรียกว่า แขนของมุม แต่ถ้าเป็นด้านของรูปสี่เหลี่ยมที่ตกกัน เรียกว่า “ด้านประชิดกัน” หรือด้านประชิด

ตัวอย่าง ๕๑ ถ้าเส้นตรง AB กับ CD ขนานกัน



และยาวเท่ากันด้วย พิจารณาเส้น  $AC$  และ  $BD$ . และวัดสอย  
 ๒ ว่า  $AC$  และ  $BD$  เป็นอย่างไรกัน



รูป ๗๒

วิธีทำ ใช้ไม้ฉากวัดเส้น  $AB$  เอาไม้บรรทัดวางที่ริม  
 ไม้ฉากด้านล่าง เลื่อนให้ริมไม้ฉากห่างเส้น  $AB$  พอสมควร  
 วัดเส้น  $CD$  ให้ยาวเท่ากับ  $AB$  (ดูรูป ๗๓, ๗๔) วัดเส้น  
 $AC$  และ  $BD$

คราวนี้ใช้ไม้ฉากทาบลงตามแนว  $AC$  แล้วเลื่อนไปจน  
 ถึง  $BD$  สังเกตดูว่าไม้ฉากจะได้แนวกับ  $BD$  หรือไม่ (ผู้ที่  
 ทำถนัดวันจะเห็นว่าได้แนวกัน)

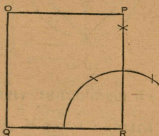
เป็นอันว่า  $AC$  กับ  $BD$  ขนานกัน

$\therefore ABCD$  เป็น  $\square$  ด้านขนาน (คำอธิบาย ๑๔(๑))  
 และเมื่อวัดดู  $AC$  กับ  $BD$  แล้ว จะเห็นว่ามันเท่ากัน

ส่วน  $AB$  กับ  $CD$  เราได้สร้างให้เท่ากันแล้ว จึงตั้ง  
 เกณฑ์ไว้ว่า

\* ข้อควรจำ ๑๘ เส้นขนาน ๒ เส้นที่ยาวเท่ากัน ถ้าลากเส้นต่อปลายหัวต่อหัว และ ปลายท้ายต่อท้าย เส้นที่ลากใหม่นี้ก็ยาวเท่ากัน และขนานกันด้วย (พ. ๒๐)

ตัวอย่าง ๕๒ จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส บนฐาน QR ที่กำหนดให้ (ส ๑๓)



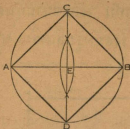
รูป ๗๓

วิธีทำ จากจุด R ชีวเส้น RP ให้ตั้งฉากกับ QR ตัดเส้น RP ให้เท่ากับ QR. เอาจุด Q และ P เป็นศูนย์กลาง รัศมี QR เขียนเส้นโค้งให้ตัดกันที่จุด O

ชีวเส้น QO และ PO

จงวัดดูว่า  $\angle Q$  และ  $\angle P$  เป็นมุมฉากจริงหรือไม่ และกันตรงข้ามขนานกันหรือไม่ ถ้าเป็นมุมฉากและขนานกัน ก็เป็นสี่เหลี่ยมจตุรัส เพราะ กันทั้ง ๔ ได้สร้างให้เท่ากันแล้ว

ตัวอย่าง ๕๓ จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส กำหนดให้  
เส้นทแยง แล้วให้วัดมุมทั้ง ๔ และก้านทั้ง ๔



รูป ๓๔

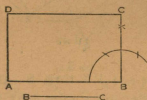
วิธีทำ ให้ AB เป็นเส้นทแยง จงขีดเส้นแบ่งครึ่งและ  
ตั้งได้ฉากกับ AB ด้วยเส้น CD ที่จุด E, เอา จุด E เป็นศูนย์กลาง  
วัดมุม EA หรือ EB เขียนเส้นรอบวง ให้ตัดเส้น CD  
ที่จุด C และ D

ลากเส้น AC, CB, BD และ DA

รูปนี้ไม่ต้องวัด เพราะได้สร้างและวัดมาแล้ว (ตาม  
ตัวอย่าง ๕๒) ว่ามุมที่เส้นรอบวง โดยเส้นทแยงเป็นเส้น  
ศูนย์กลางของวงกลมนั้น เป็นมุมฉากและก้านตรงข้ามก็ค้อง  
ขนานกัน เพราะมุมภายในเป็นมุมฉาก เมื่อรวมกัน เข้า  
ก็ = ๒  $\angle$  ฉ

จงวัดสอบดูแต่ว่า ด้านทั้ง ๔ เท่ากันจริงหรือไม่ เมื่อ  
เท่ากันแล้ว ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ตัวอย่าง ๕๕ จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กำหนดให้  
ด้านกว้างและด้านยาว



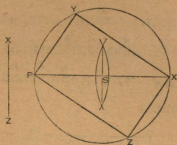
รูป ๗๕

วิธีทำ ให้ AB เป็นด้านยาว BC เป็นด้านกว้าง จาก  
จุด B ตากเส้น BC ให้ตั้งได้ฉากกับ AB และทำให้เท่ากับ  
เส้น BC ที่กำหนดให้ เอาจุด C เป็นศูนย์กลาง รัศมี AB  
และเอาจุด A เป็นศูนย์กลาง รัศมี BC เขียนเส้นโค้งให้ตัด  
กันที่จุด D เชื่อมเส้น AD และ CD

ด้านตรงข้ามใกล้เคียงสร้างให้เท่ากันแล้ว เมื่อวัดมุมเห็นว่า  
เป็นมุมฉากทุกมุม ด้านตรงข้ามก็ตั้งขนานกัน

ABCD เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ต้องการ

ตัวอย่าง ๕๕ จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กำหนดให้  
XZ เป็นด้านหนึ่ง และ PX เป็นเส้นทะแยง



รูป ๗๖

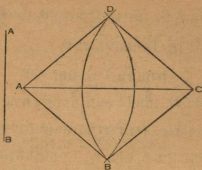
วิธีทำ แบ่งครึ่ง  $PX$  ที่จุด  $S$  เอาจุด  $S$  เป็นศูนย์กลาง  
รัศมี  $SP$  หรือ  $SX$  จิกเส้นรอบวง

เอาจุด  $P$  และ  $X$  เป็นศูนย์กลาง รัศมี  $XZ$  จิกเส้น  
โค้งให้ตัดเส้นรอบวง ข้างบนที่จุด  $Y$  ข้างล่างที่จุด  $Z$

จิกเส้น  $PY, YX, XZ$  และ  $ZP$  ให้วัดสอบดู

$\therefore PYXZ$  เป็น  $\square$  ผืนผ้าทอของกาง

ตัวอย่าง ๕๖ วงสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนด้านเท่า  
กำหนดให้ด้านยาว  $= AB$  และสร้างบนเส้นทแยง  $AC$

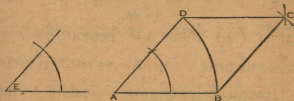


รูป ๓๖

วิธีทำ เอาจุด A และ C เป็นศูนย์กลาง รัศมี AB  
เขียนเส้นโค้งให้ตัดกันที่จุด B และ D ชักเส้น AB, BC, CD  
และ DA เส้นทั้ง ๔ นี้อาจกัน

$\therefore$  ABCD เป็น  $\square$  ขนมน้อยขนานด้านเท่า

ตัวอย่าง ๕๗ พงสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมน้อยขนานด้านเท่า  
บนด้าน AB และให้มีมุมเท่ากับมุม E คู่หนึ่ง



รูป ๓๗

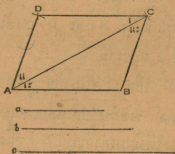
วิธีทำ ชักเส้น AD ทำ  $\angle A$  ให้เท่ากับ  $\angle E$  ตักเส้น

AD ให้เท่ากับ AB, เอาจุด D และ B เป็นศูนย์กลาง รัศมี AB เขียนเส้นโค้งให้ตัดกันที่จุด C

ลากเส้น DC และ CB

$\therefore$  ABCD เป็น □ ขนมหยาบๆ ด้านเท่า

ตัวอย่าง ๕๘ จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน กำหนดให้ด้านประชิดเท่ากับ  $a$  และ  $b$  กับเส้นทแยงยาวเท่ากับ  $c$  แล้วจงวัดด้านและมุมที่อยู่ตรงข้ามว่า เป็น อย่างไรกัน และรูปสามเหลี่ยมที่ถูกแบ่งด้วยเส้นทแยงเป็นอย่างไรกัน



รูป ๕๘

วิธีทำ (๑) ชีคเส้น AB ให้ยาวเท่ากับ  $b$  แล้วเอาจุด A เป็นศูนย์กลาง รัศมี  $c$  เอาจุด B เป็นศูนย์กลาง รัศมี  $a$  เขียนเส้นโค้งให้ตัดกันที่จุด C ชีคเส้น AC และ BC ทากจุด A และ C ชีคเส้น AD และ CD ให้ขนานกับ BC และ AB แล้วให้พบกันที่จุด D

ตามทสี่สร้าง  $ABCD$  เป็น  $\square$  กันชนาน ทต้องการ

(๓) ทักรูปออกแล้วทักกลางตามเส้นทะแยง  $AC$  เอา  $\triangle ABC$  กับ  $\triangle ADC$  วางทัยกัน คุให้ดูกลำดับของมัน จะเห็นว่า

ก. สามเหลี่ยมทั้ง ๒ นั้นเท่ากันสนิท

ข.  $\angle B = \angle D$  และกัน  $CD = AB$  กัน  $AD = BC$   
(ถ้าชักเส้นทะแยง  $DB$  จะเห็นว่า  $\angle A = \angle C$ )

(๓) ลองสังเกตเหตุผลอย่างง่าย ๆ คุ

$\triangle ABC$  กับ  $\triangle ADC$

เพราะว่า  $\left\{ \begin{array}{l} \angle ๑ = \angle ๑ \\ \angle ๒ = \angle ๒ \\ \text{กัน } AC \text{ เป็นกันร่วมทั้ง ๒ รูป} \end{array} \right\}$  เพราะเป็นมุมแย้ง

$\therefore \triangle$  ทั้ง ๒ เท่ากันสนิท (ตัวอย่าง ๔๔)

ส่วนทที่ยไม่รู้ก็้องเท่ากัน คุ  $\angle B = \angle D$  กัน  $BC = AD$   
 $AB = CD$

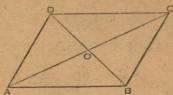
เมือเอา  $\angle ๑$  กับ  $\angle ๒$  และเอา  $\angle ๒$  กับ  $\angle ๑$  รวมกันเข้าก็คุ  $\angle A = \angle C$



รวมความจากผลที่ได้ในการทดลองนี้ คือ

\* ข้อที่ ๒๐ ด้านและมุมที่อยู่ตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต้องเท่ากัน และเส้นทแยงก็แบ่งรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานออกเป็นสามเหลี่ยม ๒ รูปเท่ากัน.

ตัวอย่าง ๕๕ พิจารณาสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน  $ABCD$  แล้วลากเส้นทแยง  $AC$  และ  $BD$  ให้ตัดกันที่จุด  $O$



รูป ๕๐

วิธีทำ สร้างรูปตามวิธีที่เรียนมาแล้ว

จงวัดเส้น  $AO$  กับ  $OC$  และ  $BO$  กับ  $OD$  ดูว่าจะเป็นอย่างไรกัน

จงสังเกตเหตุผลง่าย ๆ ดังนี้

$$\triangle OAB \text{ กับ } \triangle COD$$

เพราะว่า

$$\begin{cases} \text{ด้าน } AB = CD & (\text{ด้านตรงข้าม}) \\ \angle AOB = \angle COD & (\text{มุมตรงข้าม}) \\ \angle OAB = \angle OCD & (\text{มุมแย้ง}) \end{cases}$$

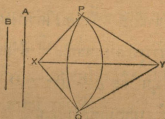
$\therefore \triangle$  ทั้ง ๒ นั้นเท่ากันสนิท (ตัวอย่าง ๔๔)

$\therefore$  ด้าน  $AD = OC$  และด้าน  $BO = OD$  ตามท

วิถิตและเหตุผล รวมเป็นข้อความว่า

\* ข้อต้องจำ ๒๑ เส้นทแยงของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน บ่่อมแบ่งครึ่งกันและกัน (แซก ๓ พ. ๒๑)

ตัวอย่าง ๖๐ ทรงสร้างรูปสี่เหลี่ยม กำหนดเส้นทแยง  $XY$  ให้ และให้มุมด้านประชิดคู่หนึ่งเท่ากับ  $A$  และด้านประชิดอีกคู่หนึ่งเท่ากับ  $B$



รูป ๘๐

วิธีทำ เอาจุด  $X$  เป็น ศูนย์กลาง รัศมี  $B$  ชีกเส้นโค้ง และเอาจุด  $X$  เป็น ศูนย์กลาง รัศมี  $A$  ชีกเส้นโค้งให้ตัดเส้นโค้งก่อนที่จุด  $P$  และ  $Q$

ชีกเส้น  $XP, XQ, YP$  และ  $YQ$

$\therefore XPYQ$  เป็นสี่เหลี่ยมที่ตองการ

## แบบฝึกหัด ๑๐

๑. จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมค้านขนาน กำหนดค้านยาว ๓.๕ ซม. และ ๔.๖ ซม. กับมุมหนึ่ง  $105^{\circ}$  เอง ๔ ขา
๒. จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมกำหนดให้ ค้านทั้ง ๔ ขาว ๕.๒ ซม. ๕.๘ ซม. ๖.๓ ซม. และ ๔.๗ ซม. และมุมๆหนึ่ง  $70^{\circ}$
๓. จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมบนฐาน  $AD = 4.3$  ซม. และให้ค้านทั้ง  $AB = DC = 3.5$  ซม. ค้าน  $BC$  จะยาวเท่าไรก็ได้ แต่ให้ขนานกับ  $AD$  และให้ห่างจาก  $AD$ , ๒ ซม.
๔. จงสร้างรูปสามเหลี่ยม กำหนดให้เส้นสูง  $AB$  และมุมที่ฐาน ๒ มุม คือ  $\angle C$  และ  $\angle D$
๕. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ให้ค้านทั้งกับค้านฐานเท่ากัน จากจุดยอดมุมฉากให้ลากเส้นมาตั้งฉากกับเส้นทะแยง
๖. จงสร้างรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  ให้มุมที่ฐาน  $B$  และ  $C$  และค้านทั้ง  $AB$  เท่าที่กำหนดให้ (ต้องสร้างมุมที่ฐาน  $ABC$  และ  $BCD$  เสียก่อน แล้วขีดเส้นจากจุด  $A$  ขนานกับ  $CD$ )

๗.  $AB$  เป็นเส้นตรงที่กำหนดให้  $C$  เป็นจุดอยู่ภายนอก  $AB$ , จงเขียนเส้นตรงจากจุด  $C$  มาทำมุมกับ  $AB$  ให้โตเท่ากับมุมที่กำหนดให้

๘. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมกำหนดให้มุมทั้งสามมุมและเส้นสูง

๙. จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน กำหนดให้เส้นทแยง และ ด้านประชิด ๒ ด้าน

๑๐. จงขีดเส้นตรง ๒ เส้น ให้ตัดที่จุดกึ่งกลางของกันและกัน แล้วลากเส้น ๔ เส้น ต่อปลายของเส้น ที่ตัดกัน จะเกิดเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด

๑๑. จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมฉาก ๒ มุม และให้มีด้าน ๓ ด้าน เท่าที่กำหนดให้

๑๒. จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน กำหนดให้ด้านประชิดทั้ง ๒ และมุมหนึ่งโต  $45^{\circ}$  (มุมห้ามสร้าง ด้วยโปรแทรกเตอร์)

๑๓. จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานด้านคู่หนึ่งยาว ๔.๕ ซม. และกำหนดให้มุมตรงข้ามคู่หนึ่งรวมกันโต เท่ากับ มุมที่กำหนดให้

๑๔. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ให้ฐานยาวเท่ากับ  
ระยะระหว่างเส้นขนานคู่หนึ่งที่กำหนดให้

๑๕. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ๓ รูป ให้มีเส้น  
ทแยงร่วมกัน และให้อีกด้านหนึ่งประชิดกันและกัน

๑๖. จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสด้านยาว ๑ นิ้ว แล้ว  
สร้างสามเหลี่ยมด้านเท่าขึ้นบนด้านทั้ง ๔ ของสี่เหลี่ยมจตุรัส

๑๗. หากจุด A และ B อยู่ภายนอกเส้นตรง CD ที่  
กำหนดให้ จงลากเส้นตรงมายังเส้น CD และให้ยาวเท่ากัน

๑๘. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมกำหนดให้ เส้นสูง และมุมที่  
ฐานมุมหนึ่ง กับด้านอีกด้านหนึ่ง

# บทที่ ๑๑

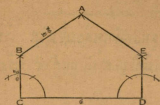
รูปหลายเหลี่ยม มุมภายใน ภายนอก  
ของรูปสามเหลี่ยม สี่เหลี่ยมและหลายเหลี่ยม

คำอธิบาย รูปแต่ห้าเหลี่ยมขึ้นไป เรียกว่า รูปหลาย  
เหลี่ยม ถ้ารูปนั้นมีด้านเท่ากันทุกด้าน เรียกว่า รูปหลาย  
เหลี่ยมด้านเท่า

## รายละเอียดเรียกชื่อรูปหลายเหลี่ยม

| รูป |           | ถ้าด้านไม่เท่ากัน<br>ทุกด้าน เรียกว่า | ถ้าด้านเท่ากัน<br>ทุกด้าน เรียกว่า |
|-----|-----------|---------------------------------------|------------------------------------|
| ๑   | ๕ เหลี่ยม | รูปห้าเหลี่ยม                         | รูปห้าเหลี่ยมด้านเท่า              |
| ๒   | ๖     "   | รูปหก     "                           | รูปหก     "                        |
| ๓   | ๗     "   | รูปเจ็ด     "                         | รูปเจ็ด     "                      |
| ๔   | ๘     "   | รูปแปด     "                          | รูปแปด     "                       |
| ๕   | ๙     "   | รูปเก้า     "                         | รูปเก้า     "                      |
| ๖   | ๑๐     "  | รูปสิบ     "                          | รูปสิบ     "                       |
|     | ฯลฯ       | ฯลฯ                                   | ฯลฯ                                |

ตัวอย่าง ๖๑ พงศาวุธรูปห้าเหลี่ยม  $ABCDE$  กำหนดให้  
 ให้ก้าน  $AB = AE = ๓.๕$  ซม. ก้าน  $BC = ED = ๑.๕$   
 ซม. ก้าน  $CD = ๔$  ซม.  $\angle C = \angle D = ๙๐^{\circ}$



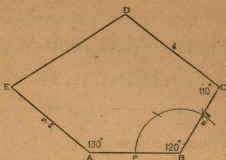
รูป ๘๒

วิธีทำ ลากเส้น  $CD$  ยาว ๔ ซม. จากจุด  $C$  และ  $D$   
 ลากเส้น  $CB$  และ  $DE$  ให้ตั้งฉากกับ  $CD$  และยาว ๑.๕  
 ซม. เขาคูณ  $B$  และ  $E$  เป็นศูนย์กลาง รัศมียาว ๓.๕ ซม.  
 ขีดเส้นโค้งให้ตัดกันที่จุด  $A$

ลากเส้น  $BA$  และ  $EA$

ตัวอย่าง ๖๒ พงศาวุธรูป ๕ เหลี่ยม  $ABCDE$  กำหนดให้  
 ให้ก้าน  $AB = ๓$  ซม.  $BC = ๓.๕$  ซม.  $CD = ๔$  ซม.  
 $AE = ๓.๕$  ซม.  $A = ๑๓๐^{\circ}$   $\angle B = ๑๒๐^{\circ}$   $\angle C =$   
 ๑๑๐ $^{\circ}$

๑๐๕



รูป ๘๓

วิธีทำ ขีดเส้น AB ยาว ๓ ซม. ทำมุม B A E = ๑๓๐°  
และทำให้ A E = ๓.๕ ซม.

ทำมุม A B C = ๑๒๐° และทำให้ B C = ๒.๕ ซม.

ทำมุม B C D = ๑๑๐° และให้ C D = ๔ ซม.

ลากเส้น D E

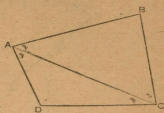
หมายเหตุ รูปหลายๆเหลี่ยมกว่านั้นก็สร้างได้ในทำนอง  
เดียวกัน แต่ถ้าไม่มีกำหนดค่าด้านและมุมให้พอเป็นทางจำกัด  
รูปหลายเหลี่ยมนั้นๆ มีลักษณะรูปแปรเปลี่ยนไปได้ต่างๆ กัน

คำอธิบาย รูปที่มีด้านเป็นเส้นตรง นั้นแต่รูปสาม  
เหลี่ยมสี่เหลี่ยมห้าเหลี่ยมขึ้นไป รวมเรียกว่า รูปเหลี่ยม



มุมของรูปเหลี่ยม เรียกว่า มุมภายใน ถ้าต่อกัน  
ของรูปเหลี่ยมออกไป มุมที่เกิดขึ้นใหม่ เรียกว่า มุมภายนอก

ตัวอย่าง ๖๓ มุมภายใน  
ของรูปสี่เหลี่ยมรวมกันโตเท่าใด  
[รูปสามเหลี่ยมเราได้เรียน  
มาแล้วว่า มุมภายในทั้ง ๓ มุม



รูป ๘๔

รวมกันโตเท่ากับ ๒ มุมฉาก (ตัวอย่าง ๓๒) ]

๑) จะสร้างรูปสี่เหลี่ยมชั้นหลายระดับ แล้วตัดเอามุม  
ทั้ง ๔ มาประกอบกันดู

๒) จะสังเกตเหตุผลของรูปนี้ เมื่อได้ขีดเส้น AC ใน  
รูป ๘๔ แล้ว

$$(ก) \triangle BAC, \angle B + \angle^A + \angle^A = ๒ \angle ฉ$$

$$(ข) \triangle DAC, \angle D + \angle^A + \angle^A = ๒ \angle ฉ$$

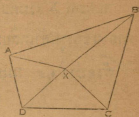
$$(ข้อ ก + ข) \text{ คือ } \square ABCD \quad \angle B + \angle D + \angle A + \angle C = ๔ \angle ฉ$$

$$(\angle^A + \angle^A \text{ คือ } \angle A, \text{ และ } \angle^A + \angle^A \text{ คือ } \angle C)$$

$$\therefore \text{มุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม} = ๔ \angle ฉ$$

(๓) พงสังเกตเหตุผลอีกวิธี  
หนึ่ง (รูป ๘๕)

จากจุด X ภายในรูป  $\square ABCD$   
ลากเส้น  $XA, XB, XC, XD$



รูป ๘๕

ยังเกิดรูป  $\triangle$  ขึ้น ๔ รูป (เท่าจำนวนด้าน)

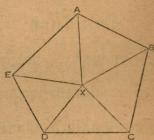
มุมภายใน  $\triangle$  ๔ รูป  $= ๘ \angle$  น

หักมุมที่ X, ๔ มุมรวมกัน  $= ๔ \angle$  น ออกเสีย คงเหลือ

ที่เป็นมุมภายในของ  $\square ABCD = ๔ \angle$  น

ตัวอย่าง ๖๕ มุมภายในของ  
รูป ห้าเหลี่ยมโตเท่าใด

(รูปหลายเหลี่ยมระกฏ์มุมไป  
ต่อกันตามวิธีของภาคปฏิบัติการโดย  
ตรงไม่ได้ เพราะมากกว่า ๔ มุม  
ฉากจะสังเกตยาก)



รูป ๘๖

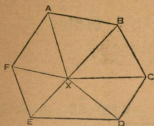
กำหนดจุด X ขึ้นภายในรูป ลากเส้นไปยังมุมทั้งรูป  
ก่อน พึงสังเกตได้ว่ารูปห้าเหลี่ยมก็เกิดสามเหลี่ยมห้ารูป  
มุมภายในของ  $\triangle$  ๕ รูป  $= ๑๐ \angle$  น

หักมุมที่  $X$  รวมกับ  $\angle$  มุม =  $4 \angle$  น ออกเสีย คงเหลือ  
มุมภายในของรูปห้าเหลี่ยม  $ABCDEF = 6 \angle$  น

ตัวอย่าง ๖๕ มุมภายในรูป ๖ เหลี่ยมรวมกันโตเท่าใด  
รูปหกเหลี่ยมก็เกิด  $\triangle$  ๖ รูป

$\therefore$  มุมภายใน  $\triangle$  ๖ รูป =  $12$

$\angle$  น



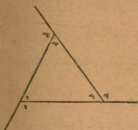
รูป ๗๗

หักมุมที่  $X$  รวมกัน =  $4 \angle$  น  
ออกเสีย คงเหลือมุมภายในของ  
รูปหกเหลี่ยม  $ABCDEF = 12 \angle$  น

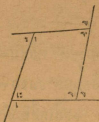
ข้อควรสังเกต จะสอบดูตามวิธีนั้นแล้วจำไว้ทุก ๆ รูปไป  
จะไม่มีที่สิ้นสุด และก็สังเกตได้ว่าเป็นจำนวนมุมฉากเต็ม ๆ  
ทั้งนั้น ไม่มีเศษของมุมฉากเลย ควรตั้งเกณฑ์ไว้จำดีกว่า  
โดยอาศัยหลักที่ได้ทดลองมาแล้ว คือ

มุมภายในของรูป  $n$  เหลี่ยมก็ตาม = (จำนวน ด้านของรูป  
นั้น  $\times 2 \angle$  น)  $- 4 \angle$  น

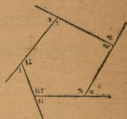
ตัวอย่าง ๖๖ มุมภายนอกของรูปเหลี่ยมโตเท่าใด



รูป ๑๘



รูป ๑๙



รูป ๒๐

(๑) ทักมุมภายนอกของรูปหนึ่งมาวางประชิดกันดู

(๒) จงสังเกตเหตุผลง่าย ๆ ทั้งข้อไปนี้

รูป ๑๘ รูปสามเหลี่ยม  $\angle^a + \angle^b + \angle^c = ๒ \angle d$

$$\angle^a - \angle^a = ๒ \angle d$$

$$\angle^a + \angle^b = ๒ \angle d$$

(เพราะเส้นตรงเส้นหนึ่งตั้งอยู่บนเส้นตรงอีกเส้นหนึ่ง

มุมประชิดรวมกัน =  $๒ \angle d$ )

รวมกันเข้า  $\angle^a + \angle^b + \angle^c + \angle^a + \angle^b + \angle^c = ๒ \angle d$

ทักมุมภายในของ  $\triangle$  คือ  $\angle^a + \angle^b + \angle^c = ๒ \angle d$  ออกเสีย

เหลือมุมภายนอกคือ  $\angle^a + \angle^b + \angle^c = ๔ \angle d$

รูป ๑๙  $\square$  มีมุมประชิด ๔ คู่รวมกัน =  $๔ \angle d$

ทักมุมภายใน  $\square = ๔ \angle d$  ออกเสีย (ตัวอย่าง ๖๓)

เหลือมุมภายนอก =  $๔ \angle d$

รูป ๔๐      รูปห้าเหลี่ยม

มีมุมประชิด ๕ คู่       $= ๑๐ \angle$  น

หักมุมภายในของรูปห้าเหลี่ยม  $= ๖ \angle$  น (ตัวอย่าง ๖๔)

เหลือมุมภายนอก  $= ๔ \angle$  น

ข้อควรสังเกต รูปห้าเหลี่ยมก็ตาม ถ้าต่อด้านออกไป  
ทางเดียวกัน มุมภายนอกที่เกิดขึ้นโดยเท่ากัน ๔ มุมฉาก

## แบบฝึกหัดที่ ๑๑

(๑) พงธำสร้างรูปสี่เหลี่ยม ABCD ให้  $AB = ๓.๔$   
ซม.  $\angle A = \angle B = ๙๐^{\circ}$ ,  $BC = ๒.๘$  ซม.  $CD = ๔$  ซม.

(๒) พงธำสร้างรูปสี่เหลี่ยม ABCD ให้  $AB = ๓$  ซม.  
 $\angle A = \angle B = ๑๒๐^{\circ}$   $AD = BC = ๓.๖$  ซม. วัดด้าน  
CD ทั่วขาวเท่าใด?

(๓) มุมภายในของรูปห้าเหลี่ยมรวมกันได้กี่มุมฉาก

(๔) มุมภายนอกของรูปแปดเหลี่ยม รวมกันได้  
มุมฉาก

(๕) มุมภายในของรูปเก้าเหลี่ยมรวมกันได้กี่มุมฉาก

(๖) พงสร้างรูปห้าเหลี่ยม  $ABCDE$  ให้ด้าน  $AB = ๓.๔$  ซม.  $BC = ๔.๕$  ซม.  $CD = ๓.๕$  ซม. และให้  $CD$  ขนานกับ  $AB$  ด้วย,  $AE = ๔.๒$  ซม.  $\angle A = ๓๐^{\circ}$   $\angle B = ๖๐^{\circ}$

(๗) พงสร้างรูปหกเหลี่ยม  $ABCDEF$  ให้ด้าน  $AB = ๔.๓$  ซม.  $\angle A = \angle B = ๖๐^{\circ}$   $BC = FA = ๓$  ซม.  $\angle C$  นอก  $= \angle F$  นอก  $= ๑๒๐^{\circ}$   $CD = EF = ๑.๕$  ซม.

(๘) พงสร้างรูปหกเหลี่ยม  $ABCDEF$  ให้ด้าน  $AB = ๕$  ซม.  $\angle A = \angle B = ๖๐^{\circ}$   $BC = FA = ๒.๕$  ซม.  $\angle C = \angle F = ๓๐^{\circ}$   $CD = EF = ๑$  ซม.

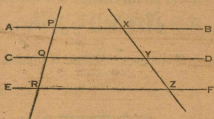
---

## ๒๒

### บทที่ ๑๒

ส่วนของเส้นตรงที่ถูกตัดในระหว่างเส้นขนาน  
และการแบ่งเส้นตรงออกเป็นส่วน ๆ

ตัวอย่าง ๖๗ จงขีดเส้นตรง ๒ เส้น ให้ตัดเส้นขนาน ๓ เส้น \* ซึ่งระยะห่างเท่ากัน แล้วจงวัดดูส่วนที่ถูกตัดในระหว่างเส้นขนานนั้น



รูป ๕๐

วิธีทำ ๑. ขีดเส้น AB, CD, และ EF ให้ขนานกัน และมีระยะห่างเท่ากัน (ตัวอย่าง ๑๖ หรือ ๑๓)

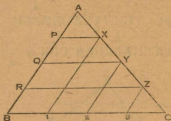
๒. ขีดเส้น PQR และ XYZ ให้ตัดเส้นขนานที่จุด P, Q, R และที่จุด X, Y, Z

๓. จงวัดดูเส้น PQ กับ QR จะเห็นว่าเท่ากัน

๔. แล้วจงวัดดูเส้น XY กับ YZ ก็จะได้เห็นว่าเท่ากัน

จงสร้างรูปเช่นนั้นขึ้นหลาย ๆ รูป แล้ววัดดูส่วนที่ถูกตัด  
ให้เห็นการแน่ใจ

ตัวอย่าง ๖๘ จงสร้างรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  ให้ด้านตั้ง  
 $AB$  ยาว ๔ ซม. แบ่งออกเป็น ๔ ส่วน ๆ ละ ๑ ซม. กว้าง  
จุด  $P, Q$  และ  $R$



รูป ๘๒

วิธีทำ ๑. ลากเส้น  $PX, QY$  และ  $RZ$  ให้ขนาน  
กับ  $BC$  และให้จุด  $X, Y$  และ  $Z$  อยู่ในด้าน  $AC$

๒. เมื่อวัดดู  $AX, XY, YZ$  และ  $ZC$  จะเห็นว่า  
เท่ากัน

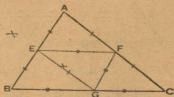
๓. คราวนี้ถ้าลากเส้น  $X1, Y2, Z3$  ให้ขนานกับ  $AB$   
มันก็แบ่ง  $BC$  ออกเป็น ๔ ส่วนเท่า ๆ กัน (คล้ายแซกพ. ๒๒)

ตามตัวอย่างทั้ง ๓ ข้างบนนี้ อาจตั้งเป็น เกณฑ์ ไว้จำ  
กันได้



\* ข้อควรจำ ๒๒ ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่ง ลากผ่านเส้นขนานสามเส้นหรือมากกว่า ทำให้ส่วนที่ถูกตัดในระหว่างเส้นขนานนั้นเท่ากันแล้ว ถ้ามีเส้นอื่นอีกก็เส้นก็ตาม ลากผ่านเส้นขนานเหล่านี้ ก็ต้องถูกตัดออกเป็นส่วนเท่า ๆ กันเหมือนกัน

ตัวอย่าง ๖๕ จงแบ่งรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  ที่กำหนดให้ ออกเป็นรูปสามเหลี่ยมคล้ายกัน ๔ รูปเท่า ๆ กัน



รูป ๖๕

วิธีทำ ๑. แบ่งครึ่ง  $AB$  ด้วยจุด  $E$  ลากเส้น  $EF$  ให้ขนานกับ  $BC$

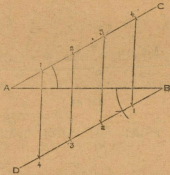
๒. จากจุด  $F$  ลากเส้น  $FG$  ให้ขนานกับ  $AB$ , ลากเส้น  $EG$

ดังนี้เกิดเป็น  $\Delta$  ๔ รูป คล้ายกันและเท่ากันทุกรูป ลองตัดรูปมาทาบกันดู ให้คำคมเครื่องหมายเหมือนกันด้วยกัน

๓. สังเกตเหตุผลก็ไม่ยาก คือ เป็นรูปสามเหลี่ยมทมิ.

ด้านสามด้านเท่ากัน ด้านต่อด้าน (เพราะเป็นด้านตรงข้าม  
ของสเหลี่ยมด้านขนานข้าง เป็นด้านที่ถูกแบ่งครึ่ง ด้านเดิม  
ด้วยเส้นขนานข้าง เป็นด้านร่วมกันข้าง)

ตัวอย่าง ๘๐ พกักเส้นตรง  $AB$  ที่กำหนดให้ออกเป็น  
 $x$  ท่อนเท่า ๆ กัน โดยวิธีทำมุมแย้งให้เท่ากัน



รูป ๘๔

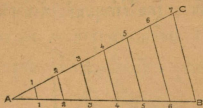
วิธีทำ ๑. ชีกเส้น  $AC$  ทำมุมกับ  $AB$  และจากจุด  
 $B$  ชีกเส้น  $BD$  ทำ  $\angle B$  ให้เท่ากับ  $\angle A$

๒. จากจุด  $A$  กางแขนวงเวียนออก ระยะพอสมควร  
ชักหมายไว้ที่ 1, 2, 3 และ 4 เป็น ๔ ส่วนเท่า ๆ กัน

๓. จากจุด  $B$  ใช้ระยะเท่ากับเดิม ชักหมายไว้ที่  
1, 2, 3 และ 4 เป็น ๔ ส่วนเท่า ๆ กัน

๔. ชักเส้น 41, 32, 23 และ 14 เป็นการแบ่ง AB เป็น ๕ ท่อนเท่า ๆ กัน (วิธีนี้จะแบ่งสักกี่ท่อนก็ได้ทั้งนั้น)

ตัวอย่าง ๗๑ งบแบ่งเส้น AB ออกเป็น ๗ ท่อนเท่า ๆ กัน โดยวิธีทำมุมเดียว



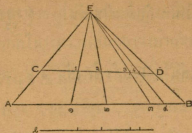
รูป ๘๕

วิธีทำ ๑. ชักเส้น AC, ชักทแยงเส้นตรง AC, ๗ ท่อนเท่า ๆ กัน

๒. ชักเส้น 7 B แล้วชักเส้น 66, 55, 44, 33, 22 และ 11 ให้ขนานกับ 7 B (วิธีนี้จะแบ่งออกเป็นกี่ท่อนก็ได้ทั้งนั้น)

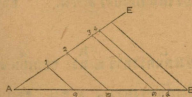
๓. เหตุผลของตัวอย่างนี้ ก็คือ AC ถูกตัดออกเป็น ๗ ส่วน AB ก็ถูกตัดออกเป็น ๗ ส่วนด้วย เหตุผลก็คล้ายคลึงกันกับตัวอย่าง ๖๘—๗๐

ตัวอย่าง ๗๒ งบแบ่งเส้นตรง AB ให้ได้ตามมาตราส่วนของเส้นตรง C



รูป ๑๖

- วิธีทำ (๑) ๑. ชีกเส้น  $CD$  ให้ยาวเท่ากับ  $e$   
 และแบ่งส่วนให้เหมือน  $e$  และให้ขนานกับ  $AB$  ด้วย  
 ๒. จากจุด  $A$  และ  $B$  ชีกเส้นให้ตัดที่จุด  $C$  และ  $D$   
 แล้วให้เลยไปพบกันที่จุด  $E$   
 ๓. จากจุด  $E$  ลากเส้นให้ตัดที่จุด ๑, ๒, ๓, ๔ ในเส้น  
 $CD$  แล้วให้เลยไปพบ  $AB$  ที่จุด ๑, ๒, ๓, ๔  
 ๔. ดังนั้น เส้น  $AB$  ได้ถูกแบ่งตามมาตราส่วนของ  $e$



(หมายเหตุ  
 รูปในเส้น  $AE$   
 ขาดเลข ๕ กับ  
 เส้น ๕ B)

รูป ๑๗

- วิธีทำ (๒) ๑. จากจุด  $A$  ชีกเส้น  $AE$  แล้วตัด

เขาจะเพาะส่วนให้เท่ากับส่วนในเส้น  $e$  (กรุป ๔๖) ที่จุด  
1, 2, 3, 4, 5

๒. ชีกเส้น 5B แล้ว ชีกเส้น 4 &, 3 ๓, 2 ๒, 1 ๑  
ให้ขนานกับ 5B

## แบบฝึกหัดที่ ๑๒

๑. ABC เป็น  $\triangle$ , Z เป็นจุดครึ่งด้าน AB จงลาก  
เส้น ZY ให้ขนานกับฐาน BC, ให้จุด Y อยู่ในด้าน AC  
จากจุด Y ลากเส้น YX ให้ขนานกับ ZB และให้จุด X อยู่  
ในฐาน BC, ถัดนี้จุด Y ทำอะไรกับ AC และ YX กับ ZB  
เป็นอย่างไรกัน คำตอบต้องอ้างเหตุผลด้วย

๒. จง แบ่ง เส้นตรงยาว ๔ ซม. ออก เป็น ๖ ส่วน  
เท่า ๆ กัน

๓. จงแบ่งเส้นตรงยาว ๒ นิ้ว ออกเป็น ๔ ส่วนเท่า ๆ กัน

๔. จงแบ่งเส้นตรงยาว ๔.๕ ซม. ออก ๕ ส่วน ให้ได้  
มาตราส่วน คือ ๑ ซม., ๒ ซม., ๓ ซม., ๑.๕ ซม.,

๕. เส้นขนาน ๓ เส้น ระยะห่างจากกันเท่ากัน วงรี  
เส้น ๒ เส้นให้ถูกตัดในระหว่างเส้นขนานเท่ากันหมดทั้ง ๔ ท่อน

๖. วงรีวงรูป  $\Delta$  มุมฉาก ให้ด้านตั้งยาว ๓ ซม. และ  
แย่งออกเป็น ๓ ท่อน ๆ ละ ๑ ซม. จากจุดที่แย่งด้านตั้ง  
ลากเส้นให้ขนานกับฐาน และให้ไปแย่งด้านที่แย่งออกเป็น  
ส่วนละ  $\frac{๑}{๒}$  นิ้ว

# บทที่ ๑๓

## ส่วนต่าง ๆ และเบ็ดเตล็ดของวงกลม

คำอธิบาย ส่วนต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับแกว่งกลม จำเป็น  
ต้องรู้จัก คือ

๑. รูปครึ่งวงกลม เป็นรูปที่เกิดด้วยเส้นผ่านศูนย์กลาง  
กลางของวงกลมกับเส้นโค้งครึ่งวงกลมเป็นเซกต์

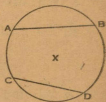
๒. เส้นในวง (คอร์ด) คือเส้นตรงที่ขึงอยู่ภายใน  
วงกลม และที่สุกปลายทั้ง ๒ ข้างจะอยู่ที่เส้นรอบวง

ในรูปนี้ AB และ CD เป็น เส้นในวง

เส้นในวงจะมีสักกี่เส้น ก็ได้, ไม่จำกัด

เส้นในวงที่ขึงผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม

มีชื่อเฉพาะแล้วว่า เส้นผ่านศูนย์กลาง



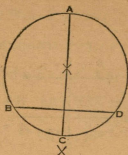
รูป ๔๘

๓. การตั้งชื่อวงกลม รูปครึ่งวงกลม ตามปกติใช้

อักษร ๓ ตัว ขาวคราวใช้มากกว่า ๓ ตัวบ้าง แต่ขาววงกลม

เรียกชื่ออักษรตัวเดียวที่บนหรือจุดศูนย์กลางก็ได้

ตัวอย่าง ๗๓ หมายความว่าเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลมที่กำหนดให้



รูป ๘๘

วิธีทำ ให้ ABCD เป็นวงกลมที่กำหนดให้

๑. ชีกเส้นในวง BD แล้ว ชีกเส้น AC ให้แบ่งครึ่ง และตั้งฉากกับ BD

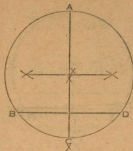
๒. เราสร้างรูปขึ้นหลาย ๆ รูป แล้วตัดออกมาพยตามเส้น AC จะเห็นว่ารูป ครึ่ง วงกลม ABC กับ ADC ทับกันสนิท

๓. ก็เห็นได้ว่า AC เป็นเส้นผ่าน ศูนย์ กลาง วงกลม (คือทุกศูนย์กลางอยู่ในเส้น AC) (แซก พ. ๓๑)

ตัวอย่าง ๘๔ จงหา ศูนย์ กลาง ของ วงกลม ABCD ที่กำหนดให้



๑ ๒ ๒

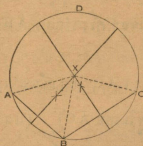


รูป ๑๐๐

วิธีทำ ๑. ชีคเส้นผ่านศูนย์กลาง AC (ตัวอย่าง ๗๓)  
แล้วแบ่งครึ่ง AC ที่จุด X

$\therefore$  X ก็เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

วิธีทำ ๒. ชีคเส้นในวง AB และ BC



(หมายเหตุ รูป,  
ฉากทุกเส้นโค้งตัด  
กันอีกข้างหนึ่งของ  
AB และ BC

รูป ๑๐๑

จากเส้นในวง AB และ BC, ชีคเส้นผ่านศูนย์กลาง  
ให้ตัดกันที่จุด X (ตัวอย่าง ๗๓)

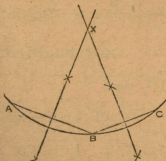
$X$  เป็นจุดร่วมของเส้นผ่านศูนย์กลางทั้ง ๒ นั้น

$\therefore X$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม  $ABCD$ , และมี  
ทางที่จะหาความรู้จากรูป ๑๐๑ ได้ คือ

ลากเส้น  $XA, XB$  และ  $XC$  จะเห็นว่าเส้นเหล่านี้เป็น  
รัศมีของวงกลม  $ABCD$  คือทุกเส้นต้องเท่ากัน เขียนเงื่อนไข  
ไว้ว่า

\* ข้อควรจำ ๒๓ จากจุดหนึ่งภายในวงกลม มีเส้น  
ตรงแต่สามเส้นขึ้นไป ลากไปยังเส้นรอบวง ถ้าเส้น  
เหล่านั้นเท่ากัน จุดนั้นก็จะเป็นจุดศูนย์กลาง ของ วงกลม  
(W- ๓๓)

ตัวอย่าง ๗๕ วงรีเส้นรอบวงให้ทั้งจุด ๓ จุดที่กำหนด  
ให้ ซึ่งไม่ใช่อยู่ในแนวเส้นตรงอันเดียวกัน



วิธีทำ ให้จุด  $A, B$  และ  $C$  เป็นจุดที่กำหนดให้

๑. ชักเส้น  $AB$  และ  $BC$

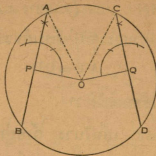
๒. ชักเส้นแบ่งครึ่งและตั้งได้ฉากกับ  $AB$  และ  $BC$  และให้เลียบไปพบกันที่จุด  $X$  (วิธีคล้ายกับตัวอย่าง ๗๔)

๓. เอาจุด  $X$  เป็นศูนย์กลาง รัศมี  $XA$  เขียนเส้นรอบวง  $ABC$ , เส้นรอบวงก็ตัดที่จุด  $B$  และ  $C$  ด้วย เพราะถ้าชักเส้น  $XA, XB$  และ  $XC$  มันก็ยาวเท่ากัน (ตัวอย่าง ๗๔)

ควรระวังเถิดว่า ถ้าใช้จุด  $X$  เป็นศูนย์กลาง และใช้รัศมีให้สั้นหรือยาวกว่า  $XA$  เส้นรอบวงใหม่นั้นก็ต้องอยู่ในหรือเส้นรอบวง  $ABC$  หรือเปลี่ยนจุดศูนย์กลางไปอยู่ที่อื่น เส้นรอบวงก็ไม่อาจทัยได้ ทั้ง ๓ จุด จึงรวมความว่า

\* ข้อต้องจำ ๒๔ จะมีวงกลมแฉวงเดียวเท่านั้นที่เขียนทับจุด ๓ จุดได้ (พ. ๓๒)

ตัวอย่าง ๗๖ จงชักเส้นในวง สองเส้นให้ อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเท่ากัน (คำว่าห่าง หมายถึง ระยะตั้งได้ฉาก)



รูป ๑๐๓

วิธีทำ (๑) ให้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม  $O$   
 ชักเส้น  $OE$  และ  $OQ$  ให้ยาวเท่ากัน จากจุด  $F$   
 และ  $Q$  ชักเส้นในวง  $AB$  และ  $CD$  ให้ตั้งได้ฉากกับ  $OF$   
 และ  $OQ$

$\therefore$  เส้นในวง  $AB$  กับ  $CD$  อยู่ห่างจาก  $O$  เท่ากัน

(๒) ก. วัดเส้นในวง  $AB$  และ  $CD$  เปรียบเทียบ  
 กันดู

ข. ชักเส้น  $OA, OC$  แล้ววัดของสังเกตเหตุผลดู

$\triangle OFA$  กับ  $\triangle OQC$  เป็น  $\triangle \angle$  ฉ

$\angle OFA = \angle OQC$  (สร้างให้เป็นมุมฉาก)

$OA = OC$  (รัศมีวงกลมเดียวกัน)

$OF = OQ$  (สร้าง)

$\therefore AF = CQ$  (ตัวอย่าง ๕๐)

ถ้าลากเส้น  $OB$  และ  $OD$  ก็จะได้เห็นว่า  $FB = QD$

$\therefore AB = CD$

รวมความเป็นข้อเท็จจริงได้ว่า

\* ข้อเท็จจริง ๒๕ เส้นในวง ถ้าอยู่ห่างจุดศูนย์กลางเท่ากัน ก็ยาวเท่ากัน

กลับ เส้นในวงที่ยาวเท่ากัน ก็อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน (พ. ๓๔)

ตัวอย่าง ๑๗ กำหนดให้เส้นโค้ง  $ABC$  จงหาจุด  $D$  ซึ่งอยู่ในเส้นโค้งที่จะชิดต่อไป โดยไม่ต้องหาจุดศูนย์กลางของวงกลม



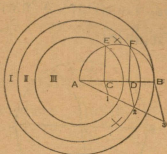
รูป ๑๐๔

วิธีทำ ลากเส้น  $AB, BC$  ทำ  $\angle BCD = \angle ABC$

ตัดเส้น  $CD$  ให้เท่ากับ  $AB$

ฉะนั้น จุด  $D$  จะอยู่ในเส้นโค้งต่อจากเส้นโค้ง  $ABC$

ตัวอย่าง ๑๘ วงแบ่งวงกลม A ออกเป็นส่วนๆ โดย  
ให้พื้นที่เท่าๆ กัน และให้จุดศูนย์กลางร่วมกัน



รูป ๑๐๕

วิธีทำ ในขั้นแรกจะแบ่งออกเป็น ๓ ส่วนเท่าๆ กันให้ดูเป็น  
ตัวอย่าง

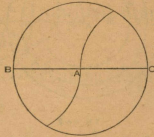
๑. จิกเส้นรัศมี AB แล้ว แบ่ง ออกเป็น ๓ ส่วนเท่าๆ  
กัน ด้วยจุด C และ D

๒. บนเส้น AB เขียนครึ่งวงกลม แล้วลากเส้นจาก  
จุด C และ D ให้ตั้งฉากกับ AB และให้พบบนเส้นครึ่ง  
วงกลมที่จุด E และ F

๓. เอา A เป็น ศูนย์กลาง รัศมี AE และ AF  
เขียนวงกลม

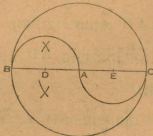
๔. แล้ววงกลม ๒ วงที่เขียนนั้น จะแบ่งพื้นที่ออกเป็น ส่วน I ส่วน II และส่วน III เท่าๆ กัน

ตัวอย่าง ๑๕ จงแบ่งวงกลม A ที่กำหนดให้ ออกเป็น ๒ ส่วนเท่ากัน ด้วยเส้นโค้ง



รูป ๑๐๖

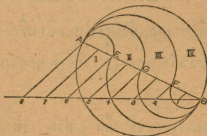
วิธีทำ ๑. ชีตเส้นผ่านศูนย์กลาง BAC เขาจุด และ C เป็นศูนย์กลาง รัศมี AB หรือ AC ชีตเส้นกาให้ตัดกันที่จุด A ดังนั้นเป็นการแบ่งวงกลมตามต้องการ



รูป ๑๐๗

วิธีทำ ๒. ชีตเส้นผ่านศูนย์กลาง  $BAC$  แล้วแบ่งครึ่ง  $AB$  และ  $AC$  ที่จุด  $D$  และ  $E$ , เชื่อม  $D$  และ  $E$  เป็นศูนย์กลาง รัศมี  $DA$  หรือ  $EA$  เขียนครึ่งวงกลมขึ้นคนละข้างของเส้นผ่านศูนย์กลาง ทั้งขึ้นและการแบ่งวงกลมตามต้องการ

ตัวอย่าง ๘๐ พแบ่งพื้นที่วงกลมออกเป็นส่วนๆ ให้คู่นอกเท่ากันเฉพาะคู่นอก ให้คู่ในๆ เท่ากันเฉพาะคู่ในๆ



รูป ๑๐๘

วิธีทำ ในที่นี้จะแบ่งออกเป็น ๔ ส่วน พอเป็นตัวอย่าง

๑. ชีตเส้นผ่านศูนย์กลาง  $AB$  แล้วแบ่งออกเป็น ๘ ส่วนเท่าๆ กัน

๒. ทุกๆ ระยะ ๒ ส่วน หมายถึง  $E, G$  และ  $F$  ไว้

๓. เขียนครึ่งวงกลมข้างบน  $AE$  และข้างล่าง  $BF$



๓. เขียนครึ่งวงกลมข้างบน AG และข้างล่าง BG

๔. เขียนครึ่งวงกลมข้างบน AF และข้างล่าง BE

ส่วน I = ส่วน IV (คู่นอก)

ส่วน II = ส่วน III (คู่ใน)

### แบบฝึกหัดที่ ๑๓

๑. จงเขียนวงกลมล้อมรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ (คือเขียนวงกลมให้เส้นล้อมรอบวง ท้าย จุด ยอด มุม ของรูป สามเหลี่ยม)

๒. จงแบ่งวงกลมออกเป็น ๕ ส่วน ให้พื้นที่ส่วนคู่นอกเท่ากัน ส่วนในอีก ๓ ส่วนเท่ากัน

๓. จงเขียนวงกลมล้อมรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่กำหนดให้

๔. จงเขียนวงกลมล้อมรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่กำหนดให้

๕. จงแบ่งวงกลมที่กำหนดให้ออกเป็น ๕ ส่วน ให้มีพื้นที่เท่า ๆ กัน กว้างวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกัน

๖. อย่างเคียวกับข้อ ๕ แต่แบ่งเป็น ๕ ส่วน

๗. วงเวียนวงกลมวงหนึ่งให้ทั้ยจุด ๒ จุด ด้วยจุดศูนย์กลาง  
 กลางอยู่ในเส้นตรงที่กำหนดให้

๘. กำหนดให้เส้นใน วง ๒ เส้นไม่เจกกัน คือ  $AB$  :  
 และ  $CD$  หารหาจุดศูนย์กลางของวงกลม

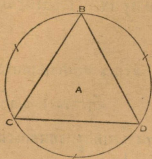


## บทที่ ๑๔

### บรรจรูปเหลี่ยมด้านเท่าในวงกลม

คำอธิบาย บรรจรูปเหลี่ยมด้านเท่าในวงกลม หมายความว่า มีวงกลมอยู่แล้ว เขียนรูปเหลี่ยมด้านเท่าลงไปให้เต็มวงกลมนั้น

ตัวอย่าง ๘๑ จงบรรจรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า BCD ลงในวงกลม A ที่กำหนดให้

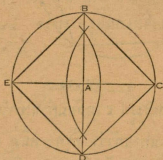


รูป ๑๐๘

วิธีทำ ใช้เส้นรัศมีของวงกลม A นั้นเอง ตัดเส้นรอบวง ออกได้เป็น ๖ ส่วนเท่าๆ กัน แล้วเว้นเส้นระยะหนึ่ง หมายถึง จุด B, C และ D ไว้ จิกเส้น BC, CD และ DB

∴ BCD เป็น  $\triangle$  ด้านเท่า บรรจุในวงกลม A

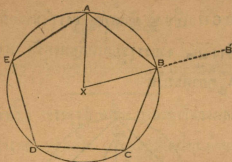
ตัวอย่าง ๘๒ จงบรรจุรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส BCDE ลง  
ในวงกลม  $A$  ที่กำหนดให้



รูป ๑๑๐

วิธีทำ ชีกเส้นผ่านศูนย์กลาง BD และ EC ให้ตัด  
และตั้งให้ฉากแก่กันที่ศูนย์กลาง A, ชีกเส้น BC, CD, DE  
และ EB

ตัวอย่าง ๘๓ จงบรรจุรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่า ลงในวง  
กลม X ที่กำหนดให้ โดยวิธีใช้บรรจุรูปหลายเหลี่ยม ทั่วๆ  
ไปได้



รูป ....

วิธีทำ จะสร้างรูป ๕ เหลี่ยมก้านเท่าให้คเป็นตัวอย่าง

๑. ใ้เรียนมาแล้วว่า ที่ทุกๆหน่ง เมื่อลากเส้นทำมุมขึ้น มุมเหล่านั้รวมกันไ้ ๔ มุมฉาก หรือ  $= 360^\circ$

$\therefore$  มุม ๑ ที่ทุกศูนย์กลางของวงกลม X เมื่อแบ่งออกไป ๕ ส่วน  $= 360^\circ \div 5 = 72^\circ$

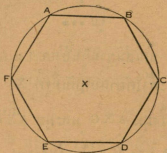
๓. ชีกเส้นรัศมี XA แล้ววางโปรแทรกเตอร์ ให้ที่ศูนย์กลางที่กัน, และให้เส้นผ่านศูนย์กลางของโปรแทรกเตอร์ที่รัศมี XA, และจุด B' ไว้ที่  $72^\circ$  ชีกเส้น XB' ให้ตัดเส้นรอบวงที่ทุก B

เอาระยะ AB เป็นรัศมี ตักเส้นรอบวงต่อไปด้วยจุด C, D และ E

๕. ลากเส้น AB, BC, CD, DE และ EA

๖ ACDE ก็เป็นรูป ๕ เหลี่ยมค้ำเท่า

หมายเหตุ วิธีนี้เราอาจสร้างรูป ๖, ๘, ๙, ๑๐, ๑๒...  
 เหลี่ยมค้ำเท่าได้ แต่รูป ๗, ๑๑, ๑๓ เหลี่ยมค้ำเท่าสร้าง  
 ไม่สะดวก เพราะ ๗, ๑๑ และ ๑๓ หาร  $360^\circ$  ไม่ลงตัว  
 ตัวอย่าง ๘๔ จงบรรจรูปหกเหลี่ยมค้ำเท่าลงใน วง  
 กลม X ที่กำหนดให้

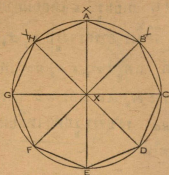


รูป ๑๑๒

วิธีทำ ใช้ไม้ฉากที่เขียนวงกลม X นั้นเองตัดเส้นรอบวง  
 จะได้ เป็น ๖ ท่อนเท่าๆ กัน ที่จุด A, B, C, D, E และ F  
 แล้วขีดเส้น AB, BC ..... FA

$\therefore$  ABCDEF ก็เป็น ๖ เหลี่ยมค้ำเท่า

ตัวอย่าง ๘๕ จงบรรจรูปแปดเหลี่ยมค้ำเท่าลงใน วง  
 กลม X ให้ถูกต้องวิธีหนึ่ง



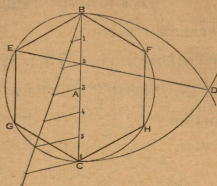
รูป ๑๑๓

วิธีทำ ๑. ชักเส้นผ่านศูนย์กลาง ๒ เส้น คือ AE และ CG ตัดและตั้งฉากกันที่จุด X

๒. แบ่งครึ่งมุม AXC และมุม AXG ด้วยเส้น BX และ HX ให้ B และ H อยู่บนเส้นรอบวง แล้วต่อเลยไปถึงเส้นรอบวงอีกข้างหนึ่งถึงจุด F และ D

๓. ชักเส้น AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, HA  
 $\therefore$  ABCDEFGH เป็นรูป ๘ เหลี่ยมก้านเท่า

ตัวอย่าง ๘๖ ทรงบรรจุรูปหกเหลี่ยมก้านเท่า ลงในวงกลม A ที่กำหนดให้ โดยวิธีแบ่งเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลม



၁၂၀၈

วิธีทำ ๑. ซีกเส้นผ่านศูนย์กลาง BC แล้วแบ่งออก  
เป็น ๖ ส่วนเท่า ๆ กัน

๒. เขาจุด B และ C เป็นศูนย์กลาง รัศมี BC เขียน  
เขียนเส้นโค้งให้ตัดกันที่จุด D

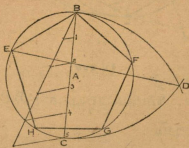
๓. จากจุด D ลากเส้น DE ให้ตัดกับ รากที่ ๓ ใน เส้น  
ผ่านศูนย์กลาง และให้จุด E อยู่ในเส้นรอบวง ลากเส้น EB  
เป็นก้านตั้ง

๔. ใช้วิธีมี EB ตั้งต้นจากจุด B ตัดเส้นรอบวงที่  
จุด F, H และตัดพิกัดที่จุด C และตัดที่ G



๕. ลากเส้น  $BF, FH, HC, CG$  และ  $GE$  จะ  
เกิดเป็น หกเหลี่ยมด้านเท่าที่ต้องการ

จงทดลองใช้วิธีนี้ของวงกลม  $A$  วัดด้านดู จะเห็นว่าเท่ากัน  
ตัวอย่าง ๘๗ จง บรรจุนิรูป ห้าเหลี่ยมด้านเท่าลงในวง  
กลม  $A$  ที่กำหนดให้



รูป ๐๐๕

วิธีทำ ๑. (เหมือนรูปก่อน) ขีดเส้นผ่านศูนย์กลาง  $BC$   
แล้วแบ่งออกเป็น ๕ ส่วนเท่า ๆ กัน

๒. เอาจุด  $B$  และ  $C$  เป็นศูนย์กลาง รัศมี  $BC$  เขียน  
เส้นโค้งให้ตัดกันที่จุด  $D$

๓. จากจุด  $D$  ลากเส้น  $DE$  ให้ตัดกับเส้นที่ ๒ ในเส้นผ่าน  
ศูนย์กลาง แล้วให้จุด  $E$  อยู่ในเส้นรอบวง ขีดเส้น  $EB$   
เป็นด้านหนึ่ง

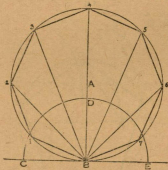
๔. ใช้รัศมี  $EB$  ตัดกับจากจุด  $B$  ตัดเส้นรอบวงที่  
จุด  $F, G, H$

๕. จัดเส้น  $BF, FG, GH$  และ  $HE$

$AFGHE$  เป็นห้าเหลี่ยมค้ำเท้า

หมายเหตุ วิธีนี้ใช้สร้างรูปเหลี่ยมๆ ได้ทั่วไป แล้ว  
แต่จะแบ่งเส้นผ่านกลาง ออกเป็นกี่ส่วน และต้องลากเส้นจาก  
จุด  $D$  ที่จุดที่ ๒ เสมอไป

ตัวอย่าง ๘๘ จะบรรจรูปหลายเหลี่ยมค้ำเท้าลงในวง  
กลม  $A$  ที่กำหนดให้ โดยวิธีที่จะบรรจรูปเหลี่ยมๆ ก็ได้ (ใน  
ที่จะบรรจรูปแปดเหลี่ยมค้ำเท้าเป็นตัวอย่าง)



รูป ๘๘

วิธีทำ ๑. จัดเส้นรัศมี  $AB$ , จากจุด  $B$  ลากเส้น  
 $CBE$  ให้ทั้งได้ฉากกับ  $AB$



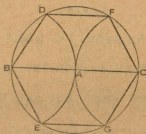
กลาง A, ชักเส้นรัศมี AD ให้ตั้งฉากกับ BC และแบ่งครึ่ง AC ด้วยจุด E

๒. เอาจุด E เป็นศูนย์กลาง รัศมี ED ชักเส้นโค้งให้ตัด BC ที่จุด F

๓. ลากเส้น DF และใช้ DF เป็นรัศมีตัดเส้นรอบวงที่จุด G, H, K และ L โดยลำดับ

๔. ชักเส้นต่อจุดเหล่านี้เป็นลำดับไป ก็เป็นรูปที่ต้องการ

ตัวอย่าง ๕๐ จงบรรจรูปรูปหกเหลี่ยมด้านเท่า ลงในวงกลม A ที่กำหนดให้

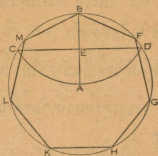


รูป ๑๑๘

วิธีทำ ชักเส้นผ่านศูนย์กลาง BC เอา B และ C เป็นศูนย์กลาง รัศมี AB เขียนเส้นโค้ง D A E และ F A G

ให้พ้อยกับเส้น รอยวง ที่จุด D, E และ F, G ลาก เส้น ต่อจุด  
เหล่านั้นตามลำดับ ก็เป็นหกเหลี่ยมที่ของการ

ตัวอย่าง ๕๑ ทรงบรรจุ รูปเจ็ด เหลี่ยม ก้านเท่าลงใน วง  
กลม A ที่กำหนดให้



รูป ๑๑๕

วิธีทำ ๑ ขักเส้นรัศมี AB, และเขาจุด B เป็นศูนย์  
กลาง รัศมี BA ขักเส้นโค้งให้ตัดเส้นรอยวงที่จุด C และ D

๒. ขักเส้น CD ให้ตัด AB ที่จุด E

๓. EC หรือ ED จะเป็น ความยาว ของ ก้านรูปเจ็ด  
เหลี่ยมก้านเท่า

๔. เขา EC หรือ ED เป็นรัศมี ทั้งต้นจุดหมายไว้  
ที่เส้นรอยวง แต่จุด B ไปตามลำดับที่ F, G, H, K, L และ M





๓. แบ่งครึ่ง  $AD$  ที่จุด  $E$  และลากเส้น  $BE$

๔. เอาจุด  $E$  เป็นศูนย์กลาง รัศมี  $EA$  เขียนเส้นโค้งให้ตัด  $BE$  ที่จุด  $F$

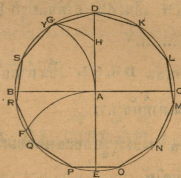
๕. เอาจุด  $B$  เป็นศูนย์กลาง รัศมี  $BF$  เขียนเส้นโค้งให้ตัดเส้นรอบวงที่จุด  $G$

๖. ชีคเส้น  $BG$ , แล้ว  $BG$  ก็เป็นด้านหนึ่งของรูปสิบเหลี่ยมด้านเท่า

๗. ใช้  $BG$  เป็นรัศมี ตัดเส้นรอบวงที่  $H, K, \dots, P$

๘. แล้วขีดเส้นต่อระหว่างจุดไปตามลำดับ ก็เป็นรูปสิบเหลี่ยมด้านเท่าที่ต้องการ

ตัวอย่าง ๕๔ วงบรรจรูปสิบเหลี่ยมด้านเท่า ลงในวงกลม  $A$  ที่กำหนดให้



รูป ๑๒๒



วิธีทำ ๑. จิกเส้นผ่านศูนย์กลาง  $BC$  และ  $DE$  ให้  
ตัดและตั้งได้ฉากแก่กันที่จุด  $A$

๒. เอาจุด  $E$  เป็นศูนย์กลาง รัศมี  $EA$  เขียนเส้น  
โค้งให้ตัดเส้นรอบวงที่จุด  $F$

๓. เอาจุด  $B$  เป็นศูนย์กลาง รัศมีเดิม เขียนเส้นโค้ง  
ให้ตัดเส้นรอบวงที่จุด  $G$

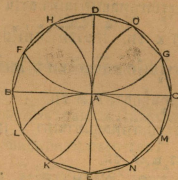
๔. เอาจุด  $F$  เป็นศูนย์กลาง รัศมี  $FG$  เขียนเส้น  
โค้งให้ตัดเส้น  $AD$  ที่จุด  $H$

๕.  $GH$  ก็เป็นความยาวของ ด้านหนึ่ง แห่ง รูปสี่เหลี่ยม  
เหลี่ยมด้านเท่า

๖. ใช้  $GH$  เป็นรัศมี ตั้งต้นที่จุด  $D$  ตัดเส้นรอบ  
วงที่จุด  $K, L, \dots\dots\dots Y$

๗. แล้วจิกเส้น  $DK, KL$  เป็นลำดับไป ก็เป็นรูป  
สี่เหลี่ยมเหลี่ยมด้านเท่าที่ต้องการ

ตัวอย่าง ๕๕ จงบรรจรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่า ลงใน  
วงกลม  $A$  ที่กำหนดให้



รูป ๑๒๓

วิธีทำ ๑. ขีดเส้นผ่านศูนย์กลาง BC และ DE ให้ตัดกันที่กลางกันที่จุด A

๒. เอาจุด D, B, E และ C เป็นศูนย์กลาง รัศมี AB เขียนเส้นโค้งให้ตัดเส้นรอบวงที่จุด F, G, H, K, L, M, N และ O

๓. ขีดเส้น DO, OG เป็นลำดับไป ก็เกิดเป็นรูปสี่เหลี่ยมเหลื่อมที่ต้องการ

## แบบฝึกหัดที่ ๑๔

๑. ขอบรรูปเงาเหลี่ยมค้ำในวงกลมรัศมี ๓.๔ ซม. ที่กำหนดให้ โดยวิธีสร้างได้ทั่วไป

๒. จงบรรจรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่า ลงใน วงกลม ที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว ๕ ซม. โดยวิธีทำได้ทั่วไป

๓. จงบรรจรูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่า โดยวิธีเฉพาะลงในวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง ๕.๓ ซม.

๔. จงบรรจรูปเก้าเหลี่ยมด้านเท่า โดยวิธีเฉพาะลงในวงกลมรัศมียาว ๒.๘ ซม.

๕. จงบรรจรูปสิบเหลี่ยมด้านเท่า โดยวิธีเฉพาะลงในวงกลมรัศมียาว ๓.๒ ซม.

๖. จงบรรจรูปเก้าเหลี่ยมด้านเท่า โดยวิธีทำได้ทั่วไปลงในวงกลมรัศมียาว  $๑\frac{๑}{๒}$  นิ้ว

## บทที่ ๑๕

### มาตราส่วน (ต่อจากบทที่ ๘)

มาตราส่วน ที่ได้เรียนมาแล้วในมัธยมบท ๑ นั้น ก็เป็น  
ความรู้อย่างสามัญพอแก่ความต้องการแล้ว แต่ทำหรือวัดได้  
ยังไม่ละเอียดพอ จึงได้นำมาสอนไว้ในที่นี้ เพื่อประโยชน์  
ในการที่จะเรียนแผนที่แผนผังในบทที่ ๑๖ ต่อไป แต่ได้เรียน  
มาแล้วเป็นเวลานาน และเป็นเวลา ที่ยังได้เรียน เลขคณิต  
เศษส่วนและเศษลีย่น้อยนัก อาจไม่เข้าใจแจ่มแจ้งก็ได้ จึง  
ได้ย่อมาพูกซ้ำให้เชื่อมแก่การที่จะเรียนต่อไปไว้ดังนี้

มาตราส่วนชนิดที่ ๑ ที่บอกว่า ให้ชกเส้นตรง ๕ ต่อ ๓  
ของเส้นตรงเดิม ก็หมายความว่า เส้นเดิมมีความยาว ๓ ซม.  
หรือ ๓ นิ้ว หรือ ๓ ส่วน ให้ชกใหม่ยาว ๕ ซม. หรือ ๕ นิ้ว  
หรือ ๕ ส่วน ทั้งนี้ เป็นการขยายของเดิมให้ยาวขึ้น

ที่บอกให้ชกเส้นตรง ๒ ต่อ ๗ ของเส้นเดิม ก็หมายความว่า  
ว่า เส้นเดิมยาว ๗ ซม. หรือ ๗ นิ้ว หรือ ๗ ส่วน ให้ชก  
เส้นใหม่เพียง ๒ ซม. หรือ ๒ นิ้ว หรือ ๒ ส่วน เป็นการย่อของ

เกมให้สั้นเข้าหรือเล็กลง เป็นต้น มาตราส่วนชนิดนี้ใช้ย่อหรือขยายของเกมแต่เพียงเล็กน้อย ไม่มากนัก

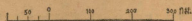
๒. มาตราส่วนชนิดที่ ๒ ใช้ย่อหรือขยายกันมาก แต่บอกมาตราให้เทียบกันไว้ที่เดียว เช่นบอกว่า มาตราส่วน ๑ นิ้วต่อ ๑ ไมล์ เขียน  $\frac{1 \text{ นิ้ว}}{1 \text{ ไมล์}}$  ก็ได้ หรือบอกว่า ๑ ซม.

ต่อ ๑ ไมล์ เขียน  $\frac{1 \text{ ซม.}}{1 \text{ ไมล์}}$  ก็ได้ หรือบอกว่า ครึ่งนิ้วต่อ

๑๐๐ เส้น เขียน  $\frac{1 \frac{1}{2} \text{ นิ้ว}}{100 \text{ เส้น}}$  ก็ได้ เป็นต้น

ตัวอย่างแรก ถ้าทางยาว ๒ ไมล์ ก็ต้องเขียนเส้นยาว ๒ นิ้วแทน ตัวอย่างอันกลาง ให้ขีดเส้นแทนทางวิ่ง ๕ ไมล์ ก็ต้องขีดยาว ๕ ซม. แทน ตัวอย่างอันท้าย ถ้าที่ดินกว้าง ๓๐๐ เส้น ก็ต้องขีดเส้น ๑  $\frac{1}{2}$  นิ้วแทน

๓. มาตราส่วนชนิดที่ ๓ ไม่ได้บอกเทียบมาตราไว้ทางยาวอะไรกับอะไร แต่ได้ขีดเส้นไว้ให้วัดโดยละเพาะเช่น



รูป ๑๒๔

ถ้าวัฏระยะในแผนที่ได้ ๑ ช่อง ระยะจริงก็ยาว ๑๐๐ กม. ถ้า ๒ ช่อง ระยะจริงก็ ๒๐๐ กม. เป็นต้น

๔. มาตราส่วนชนิดที่ ๔ ใช้เขียนว่า ๑ ต่อ ๑๐๐, ๑ ต่อ ๕๐๐, ๑ ต่อ ๑๐๐๐ ฯลฯ หรือเขียนเป็น  $\frac{๑}{๑๐๐}$ ,  $\frac{๑}{๕๐๐}$ ,  $\frac{๑}{๑๐๐๐}$  เช่นนี้ หมายความว่า ระยะในแผนที่แผนผัง ๑ ซม. ระยะจริงก็เป็น ๑๐๐ ซม., ๕๐๐ ซม., ๑๐๐๐ ซม. ถ้าระยะในแผนที่แผนผังเป็น ๑ นิ้ว ระยะจริงก็เป็น ๑๐๐ นิ้ว, ๕๐๐ นิ้ว, ๑๐๐๐ นิ้ว เป็นต้นอย่าง ข้อสำคัญต้องเข้าใจว่า ที่เขียนเป็นเศษส่วนนั้น ทั้งเศษและส่วนต้องเป็นมาตราเดียวกัน

เราจะ แปลง มาตรา ส่วน ชนิดที่ ๒ เป็นชนิดที่ ๔ ก็ได้

คือเทียบส่วนให้เป็นมาตราเดียวกับเศษ เช่น  $\frac{๑ \text{ นิ้ว}}{๑ \text{ ไมล์}}$  เรา

ทำ ๑ ไมล์ให้เป็นนิ้ว คือ

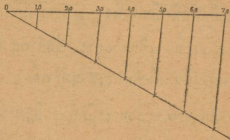
$$\frac{๑ \text{ นิ้ว}}{๑ \text{ ไมล์}} = \frac{๑}{๑๒ \times ๓ \times ๑๗๖๐} = \frac{๑}{๖๓๓๖๐}$$

แม้ว่า  $\frac{๑ \text{ ซม.}}{๑ \text{ ไมล์}}$  ก็พอเทียบได้ แต่ว่าส่วนไม่เป็น ๑๐๐ เป็น

๑๐๐๐ เป็น ๑๐๐๐๐ ภูเขาเข้าใ้ปาก จึงของทไว้ ไม่กล้า  
 ปล่อยให้ใน<sup>น้ำ</sup>นั้น

ปล่อยให้<sup>น้ำ</sup>จะไ้ถ้อยบายถึงวิธีสร้าง หรือใช้มาตราส่วน ที่  
 แบ่งออกเป็นส่วนใหญ่และส่วนย่อยต่อไป

ตัวอย่าง ๔๖ มาตราส่วน ๑ ซม. เท่า ๑๐ ไมล์ จึงขีด  
 เส้นแบ่งส่วนให้วัดไ้ถึง ๗๐ ไมล์

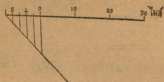


รูป ๑๒๕

วิธีทำ ที่จะให้วัดยาวถึง ๗๐ ไมล์ ต้องขีดเส้นยาวไม่  
 น้อยกว่า ๗ ซม. ใน<sup>น้ำ</sup>นั้นขีดยาวเพียง ๗ ซม. แล้วแบ่งออกเป็น  
 ๗ ส่วน ส่วน<sup>น้ำ</sup>หนึ่งๆ ก็เป็นระยะจริง ๑๐ ไมล์

ตัวอย่าง ๔๗ มาตราส่วน ๑ ซม. เท่า ๑๐ ไมล์ จึงขีด  
 เส้นแบ่งส่วนใหญ่และส่วนย่อยให้วัดไ้เป็นสิบๆ ไมล์ กับ  
 เศษ ๒ ไมล์ ๔ ไมล์ ๖ ไมล์ ๘ ไมล์ ไ้ด้วย

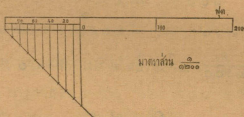
๑๕๓



รูป ๑๒๖

วิธีทำ ชีคเส้นยาวก็เช่นเดิมเมตรก็ได้ แล้วแบ่งออกเป็น  
ช่องละ ๑ ซม. ให้วัดได้เป็นสิบๆ ไมล์ แล้วแบ่ง ๑ ซม.  
ออกเป็น ๕ ส่วนๆ หนึ่งก็วัดได้ ๒ ไมล์

ตัวอย่าง ๔๘ มาตราส่วน ๑ นิ้วต่อ ๑๐๐ ฟุต งบทำ  
ให้เป็นมาตราส่วนอย่างเศษส่วน แล้วให้ชีคเส้นแบ่งส่วนใหญ่  
วัดได้ส่วนละ ๑๐๐ ฟุต ส่วนย่อยส่วนละ ๑๐ ฟุต



รูป ๑๒๗

$$\text{วิธีทำ ก. } ๑ \text{ นิ้วต่อ } ๑๐๐ \text{ ฟุต} = \frac{๑ \text{ นิ้ว}}{๑๐๐ \text{ ฟุต}} =$$



$$\frac{๑}{๑๐๐ \times ๑๒} = \frac{๑}{๑๒๐๐}$$

∴ ข. จะต้องแบ่งส่วนย่อยเป็นกี่ส่วน คือ  $๑๐๐ \text{ ฟุต} \div ๑๐ \text{ ฟุต} = ๑๐ \text{ ส่วน}$

ค. ชกเส้นยาวกันวกได้ ในทศชก ๓ นิ้ว แล้วแบ่ง ๑ นิ้วออกเป็น ๑๐ ส่วน

ตัวอย่าง ๕๕ ถ้ามาตราส่วน  $\frac{๑}{๒๐๐๐}$  จะเปลี่ยนเป็น  
มาตราส่วน ๑ เซนติเมตรต่อกิโลเมตร

วิธีทำ  $\frac{๑}{๒๐๐๐}$  เปลี่ยนเป็น ๑ ซม. ต่อ ๒๐๐๐ ซม.

$$๑๐๐ \text{ ซม.} = ๑ \text{ ม.}$$

$$\therefore ๒๐๐๐ \text{ ซม.} = ๒๐๐๐ \div ๑๐๐ = ๒๐ \text{ ม.}$$

$$\therefore \frac{๑}{๒๐๐๐} \text{ เปลี่ยนเป็น } ๑ \text{ ซม. ต่อ } ๒๐ \text{ ม.}$$

## ๙ ๖ ๔ แบบฝึกหัดที่ ๑๕

๑. จงเปลี่ยนมาตราส่วน ๑ ซม. ต่อ ๕ ม. เป็นเศษส่วน

๒. จงเปลี่ยนมาตราส่วน ๑ นิ้ว ต่อ ๑๐ ฟุต เป็น

เศษส่วน

๓. จงเปลี่ยนมาตราส่วนครึ่งนิ้ว ต่อ ๖ ฟุต เป็น  
เศษส่วน

๔. มาตราส่วน  $\frac{1}{800}$  จะเป็น ๑ ซม. ต่อ ๑ เมตร

๕. มาตราส่วน  $\frac{1}{2500}$  จะเป็น ๑ ซม. ต่อ ๑ เมตร

๖. มาตราส่วน  $\frac{1}{2400}$  จะเป็น ๑ นิ้ว ต่อ ๑ ฟุต

๗. มาตราส่วน ๑ นิ้ว ต่อ ๑๒ ฟุต จงทำเป็นเศษส่วน  
แล้วขีดเส้นแบ่งส่วนใหญ่ วัดได้ส่วนละ ๑๒ ฟุต และส่วนย่อย  
วัดได้ ส่วนละ ๒ ฟุต

๘. จงขีดเส้นแบ่งมาตราส่วน ให้ส่วนใหญ่วัดได้ ๘  
ไมล์ ๑๘ ไมล์ ๒๗ ไมล์ ส่วนย่อยวัดได้ส่วนละ ๑ ไมล์

๙. มาตราส่วน  $\frac{1}{120}$  จง ขีดเส้น แบ่ง ส่วนใหญ่ วัดได้  
๑๐ ฟุต ส่วนย่อยวัดได้ส่วนละ ๑ ฟุต

๑๐. มาตราส่วน ๑ ซม. ต่อ ๑ กม. จงทำเป็นเศษ  
ส่วน และจงขีดเส้นแบ่งส่วนใหญ่ให้วัดได้ส่วนละ ๒ กม. ส่วน  
ย่อยวัดได้ส่วนละ ๒๐๐ ม.

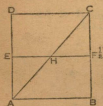
๑๑. มาตราส่วน ๑ นิ้ว ต่อ ๖ ไมล์ จงขีดเส้นแบ่ง  
ส่วนใหญ่วัดได้ ๖ ไมล์ ส่วนย่อยส่วนละ  $\frac{1}{2}$  ไมล์

## มาตราส่วนเส้นทะแยง

มาตราส่วนที่เรียนมาแล้ว เป็นแต่เพียงวัดได้พอประมาณ ไม่อาจวัดได้หรือทำได้อย่างถนัด เพราะจะแบ่งส่วนย่อยของมาตราส่วนออกไปมากๆ ไม่ได้ ต่อไปนี้จะได้เรียนวิธีแบ่งส่วนย่อยออกไปทั้ง ๑๐๐ ส่วน คือหาใช้วัดได้ทั้ง  $\frac{1}{100}$  ของส่วนใหญ่ ซึ่งสำหรับใช้ในการเขียนแผนผังอย่างละเอียด มีตักเรือนเป็นต้น เรียกว่า “มาตราส่วนเส้นทะแยง” มาตราส่วนเส้นทะแยงนี้ ก็เกิดจากเส้นขนานและ เส้นทะแยงตัดกันดังที่ได้เรียนมาแล้วนั่นเอง ไม่เป็นของยากอะไรนัก

ตัวอย่าง ๑๐๐ (๑) ABCD เป็น □ ผืนผ้า ก้าน AB ยาวเท่าที่ต้องการ ในทันทียาว ๑ นิ้ว

ก้าน AD ไม่กำหนด แบ่งครึ่ง AD ด้วยจุด E ลากเส้น EF, AB หรือ DC

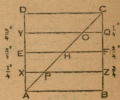


รูป ๑๒๘

ลากเส้น AC ตัด EF ที่จุด H ลองวัดจะเห็นว่า  $EH = HF$

ในรูป □ ผืนผ้า ABCD นี้ ถ้าตัดก้านออกไปเป็น ๔ ส่วนเท่าๆ กัน (รูป

๑๒๔) คือแบ่งครึ่ง  $AE$  ด้วยจุด  $X$  และ  $ED$  ด้วยจุด  $Y$  แล้วลากเส้น  $XZ$  และ  $YQ$  ให้ขนานกับเส้นอื่น ๆ และตัดเส้นที่แบ่งครึ่ง  $P$  และ  $O$  เมื่อวัดดู  
จะเห็นว่า  $XP = \frac{1}{2}$ ,  $YO = \frac{3}{2}$  ของ  $AB$   
และ  $OQ = \frac{1}{2}$ ,  $PZ = \frac{3}{2}$  ของ  $AB$   
เหมือนกัน ถ้าด้าน  $AB$  ยาว ๑ นิ้ว



รูป ๑๒๔

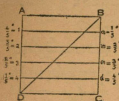
$XP$  หรือ  $OQ = \frac{1}{2}$  นิ้ว,  $EH$  หรือ  $HF = \frac{2}{2}$  ของ ๑ นิ้ว  
 $YO$  หรือ  $PZ = \frac{3}{2}$  ของ ๑ นิ้ว

รวมความว่า ถ้าแบ่งเส้น  $AD$  ออกเป็นเท่าไรส่วน เส้น  
ขนานที่ลากไปก็ถูกตัดด้วยเส้นที่แบ่งออกเป็นเศษ ๑ ของส่วน  
เท่าที่แบ่งนั้น

ควรสังเกตอีกอย่างหนึ่ง ถ้าแบ่ง ๔ ต้องมีเส้นขนาน ๔  
เส้น แบ่ง ๕ ต้องมีเส้นขนาน ๖ เส้น คือมีเส้นขนานมากกว่า  
จำนวนแบ่งของด้านตั้ง  $AD$  หนึ่งเส้นเสมอไป

(๒) ขีดเส้น  $AB$  ยาว ๑ นิ้ว จากจุด  $A$  และ  $B$   
ลากเส้น  $AD$  และ  $BC$  ให้ตั้งฉากกับ  $AB$  ทางปลาย

วงเวียนออกพหุสมการ ทั้งต้นจุดหมายแต่ A และ B ไปตาม



รูป ๑๐๐

ถ้ากับเส้นละ  $x$  จุด ชักเส้น 1 ๑, 2 ๒, 3 ๓, 4 ๔, 5  $x$  (หรือ DC) เส้นเหล่านี้ก็ขนานกับ AB คือขนานกันหมด ชักเส้น ทแยง BD ให้ตัดเส้น

ขนานเหล่านั้น และจะตกเป็นเศษส่วนของ AB หรือ ๑ นิ้ว

ทางซ้ายขวา แต่ขนมาหาล่างทั้งนี้  $\frac{๑}{x}, \frac{๒}{x}, \frac{๓}{x}, \frac{๔}{x}$  และเส้น

5  $x$  หรือ CD ก็เป็น  $x$  หรือ  $= AB$

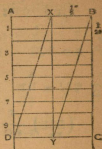
(๓) ทำอย่างเดียวกับข้อ ๒ แต่แบ่งเป็น ๑๐ ส่วน ชักเส้นขนานกับ AB ๑๐ เส้น เส้นขนานที่ถูกตัดทางขวา หากขนลงมาล่างจะเป็น .๑, .๒, .๓ และก่อๆ ไปจนถึง .๙ นิ้ว



รูป ๑๐๑

(๔) ตามตัวอย่างทั้ง ๓ ข้างบนนี้ ยังไม่ละเอียดไปกว่า

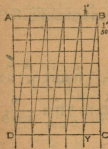
ที่ได้เวียนมาแล้ว คราวนี้เราแบ่งเส้น AB  
ให้ย่อยลงไปอีก ก็จะละเอียดขึ้น รูป ๑๓๒  
นี้แบ่งครึ่ง AB ด้วย X



เส้นขนานที่ ๑ ที่ถูกตัดด้วยเส้น  
ทะแยง BY ทางด้านขวานั้น เป็น

$\frac{1}{10}$  แต่ทำให้  $\frac{1}{10}$  ของ ๑ นิ้วไม่ แต่เป็น รูป ๑๓๒

$\frac{1}{10}$  ของ  $\frac{1}{10}$  นิ้ว จึงทำเป็นเศษส่วนของนิ้ว  $= \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$   
ของ ๑ นิ้ว ดังนั้น



รูป ๑๓๓

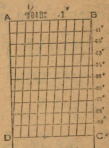
(๕) รูป ๑๓๓ นี้แบ่ง AB (ซึ่ง  
ยาว ๑ นิ้ว) ออกไปเป็น ๕ ส่วน เส้น  
ทะแยง BY แบ่งเส้นขนานเส้นที่ ๑ ออก  
เป็น  $\frac{1}{10}$  แต่ทำให้  $\frac{1}{10}$  ของ ๑ นิ้วหรือ  
ครึ่งนิ้ว แต่เป็น  $\frac{1}{10}$  ของ  $\frac{1}{5}$  ของนิ้ว

ฉะนั้นเมื่อจะให้ เป็นเศษส่วนของ ๑ นิ้ว ก็ยัง ทำ กัน คือ

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{50} \text{ นิ้ว (คือ } \frac{1}{10} \text{ ข้างขวา} \times \frac{1}{5} \text{ ข้างบน)}$$

(๖) ถ้าจะให้ละเอียดยิ่งขึ้นไปอีกก็แบ่งเส้น AB ออก

เป็น ๑๐ ส่วน คือเขียนเป็นเศษส่วนได้  
 $\frac{๑}{๑๐}$  ของ ๑ นิ้ว



(กรุป)  $\frac{๑}{๑๐}$  (ข้าง ขวาง) ของ  
 $\frac{๑}{๑๐}$  (ข้างบน)

$$= \frac{๑}{๑๐} \times \frac{๑}{๑๐} = \frac{๑}{๑๐๐} \text{ ของนิ้ว}$$

$$\text{หรือ} = .๐๑ \text{ นิ้ว}$$

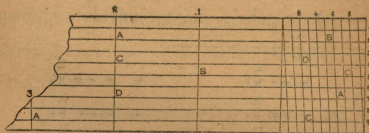
รูปนี้แบ่งละเอียดมากแล้ว ไม่ต้องขีดเส้นขนานกับ BC เพราะจะทำให้ยุ่งไป

(๗) ถ้าต้องการให้ละเอียดขึ้นไปอีก ก็แบ่ง ครึ่งนิ้ว ออกเป็น ๑๐๐ ส่วน คือ  $\frac{๑}{๑๐๐}$  ของ ครึ่ง นิ้ว หรือ เป็น  $\frac{๑}{๒๐๐}$  ของ ๑ นิ้ว

(๘) ในการเขียนแผนผังของประเทศเรา นิยมใช้เป็น มาตราเมตริก แต่ไม่บรรทัดที่ขายอย่างถูกต้องตามตลาด ไม่มี แบ่ง ๑ ซม. ออกไปเป็น ๕๐ หรือ ๑๐๐ ถ้าต้องการก็ต้อง สร้างขึ้นใช้เอง

(๙) ท่อไปนเป็นรูปมาคราส่วน เส้นทะแยง ที่มีอยู่ในไม้  
บรรทัด (ขนาดใหญ่และยาว ๖ นิ้ว) จะชี้ให้เห็นวิธีวัดอีก  
ครึ่งหนึ่ง เพื่อให้เข้าใจแจ่มแจ้งขึ้น

ก.  $AB = ๓.๕๒$  นิ้ว  $BC = ๑.๘๕$  นิ้ว  $CD =$   
 $๓.๒๔$  นิ้ว  $DA = ๓.๗๗$  นิ้ว  $AC = ๓.๓๙$  นิ้ว



รูป ๑๓๕

(๑๐) ถ้าต้องการจะใช้ส่วนย่อยเป็น เศษส่วน อย่างอื่น  
นอกจาก  $\frac{๑}{๑๐๐}$  แล้ว ก็ทำได้เช่นเดียวกัน เช่น

ก.  $\frac{๑}{๘๐}$  นิ้ว ก็แบ่งก้านบนล่าง ๑๐ ส่วน ก้านข้าง ๘ ส่วน

ข.  $\frac{๑}{๘๐}$  นิ้ว                    ,,                    ๑๐ ,,                    ,,                    ๘ ,,

ค.  $\frac{๑}{๖๔}$  นิ้ว                    ,,                    ๘ ,,                    ,,                    ๘ ,,



ง.  $\frac{๑}{๕๖}$  นิ้ว ก็แบ่งกันชนล่าง ๘ ส่วน ก้านข้าง ๗ ส่วน

๗ ถ ๗

## ๖ ๗ ๘ แบบฝึกหัดที่ ๑๖

๑) จงขีดเส้นยาว ทั้งกำหนดให้ต่อไปนี้ โดยวัดจาก  
มาตราส่วนเส้นทแยงในไม้บรรทัด

ก. ๒.๑๕ นิ้ว

ข. ๑.๔๒ นิ้ว

ค. ๓.๒๗ นิ้ว

ง. ๒.๓๙ นิ้ว

จ. ๒.๗๗ นิ้ว

ฉ. ๑.๙๒ นิ้ว

๒) จงสร้างมาตราส่วนเส้นทแยง ที่จะวัดได้ดังต่อไปนี้  
และขีดเส้นยาวเท่าที่กำหนดไว้ด้วย

ก. ๒  $\frac{๓}{๕๐}$  ซม.

ข. ๕  $\frac{๕}{๕๐}$  ซม.

ค. ๔  $\frac{๗}{๕๐}$  ซม.

ง. ๖  $\frac{๑๔}{๕๐}$  ซม.

๓) จงสร้างมาตราส่วนเส้นทแยง ที่จะวัดได้ดังต่อไปนี้

ก.  $\frac{๑}{๒๕}$  นิ้ว ข.  $\frac{๑}{๓๖}$  นิ้ว ค.  $\frac{๑}{๓๕}$  นิ้ว ง.  $\frac{๑}{๔๒}$  นิ้ว

จ.  $\frac{๑}{๕๖}$  นิ้ว ฉ.  $\frac{๑}{๖๔}$  นิ้ว

## ๗ บทที่ ๑๖

### แผนผัง (แปลน)

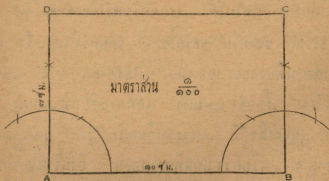
คำอธิบาย (๑) แผนผังหรือแผนผังคืออะไร แผนผัง  
ก็คือ แผนผังก็คือ เป็นแบบรูปจำลองของภูมิประเทศ บ้านเมือง  
และตึกเรือนโรง ซึ่งมองลงมาจากที่สูงเห็นแต่ส่วนแบน ๆ บน  
พื้นราบ ไม่เห็นส่วนสูง หรือเห็นแต่ส่วนกว้าง ส่วนยาว หา  
เห็นส่วนสูงไม่

(๒) แผนผังกับแผนผังต่างกันอย่างไรนั้น เป็นสิ่งที่  
แยกให้ขาดจากกันไม่ได้ จะแยกได้พอเป็นเค้าๆ คือ แบบ  
รูปของโลก ของทวีป ของประเทศ เรียกว่า แผนที่ ส่วน  
ที่เล็กลงมาเพียงแบบรูปของเมือง ของตำบล บ้าน และตึก  
เรือนโรง เรียกว่า แผนผัง แต่ที่ควรเรียกว่าแผนผัง ไป  
เรียกว่าแผนที่เสียก็มี และจะว่าเรียกผิดก็ไม่ได้ เช่น แผนผัง  
กรุงเทพ ฯ เรียกว่า แผนที่กรุงเทพ ฯ ยิ่งกว่านั้น แผนผัง  
บ้าน ๆ เคยเรียกว่าแผนที่ก็มี คือโดนคทกกันที่ใช้อยู่เคยวน  
มีแบบรูป พื้นที่บ้าน อยู่ด้วย เรียกกันว่าโดนคแผนผัง เช่นกัน  
แผนผังนั้นภาษาเรายังเรียกต่าง ๆ กันอยู่ เรียกว่าแบบรูปก็มี

เรียกว่าแปลนตามภาษาอังกฤษก็มี หรือเรียกว่า แบบแปลน  
ก็มี

(๓) วิชาแผนที่ และวิชาแผนผัง แบ่งออกเรียนเป็น  
๒ วิชา และเป็นวิชาสามัญต้องเรียนเป็นเวลาหลายปี จึง  
จะใช้การได้ แต่ในที่นี้จะเรียนแต่แผนผังง่าย ๆ สำหรับ  
ที่ดินเล็ก ๆ และอาคารอย่างคร่าว ๆ พอรู้เป็นเค้าเท่านั้น

ตัวอย่าง ๑๐๑ จงเขียนแผนผังห้องเรียน รูปสี่เหลี่ยม  
ผืนผ้า ซึ่งวัดได้ด้านกว้าง ๗ ม. ด้านยาว ๑๐ ม. ให้พอ  
เหมาะแก่หน้ากระดาน ซึ่งมีกว้างราว ๔ ซม. ยาวราว ๑๒ ซม.

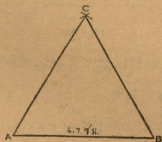


รูป ๑๐๑

วิธีทำ เริ่มแรกต้องคิดจะใช้มาตราส่วนเท่าใดจึงจะเหมาะ  
แก่หน้ากระดาน คิดได้ว่า ๑ ซม. เท่า ๑ ม. คือ  $\frac{๑}{๑๐๐}$  เหมาะ

ขีดเส้น AB เป็นก้านยาว ๆ ๑๐ ซม. จากจุด A และ B ขีดเส้น AD และ BC ให้ตั้งฉากกับ AB และทำให้ยาว ๗ ซม. ขีดเส้น CD, ABCD เป็นรูป □ ผืนผ้า และเป็นรูปจำลองของแผนผังห้องเรือนที่ต้องการ

ตัวอย่าง ๑๐๒ ทรงเขียนแผนผังที่กินแปลงหนึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ก้านหนึ่งยาว ๔๗ เมตร และให้ใช้มาตราส่วน  $\frac{๑}{๑๐๐๐}$



รูป ๑๑๑

วิธีทำ มาตราส่วน  $\frac{๑}{๑๐๐๐} = ๑$  ซม. เท่า ๑๐๐๐ ซม.  
หรือ ๑ ซม. เท่า ๑๐ ม.

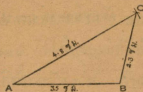
$\therefore ๔๐$  ม. = มาตราส่วน ๔ ซม.

๗ ม. = มาตราส่วน ๗ ซม. หรือ ๗ ม.ม.

$\therefore$  รวมเป็นมาตราส่วนของก้านหนึ่ง = ๔.๗ ซม.

∴ ABC เป็น Δ ก้นเต้า มาตรการส่วนก้นเต้าละ ๔.๗ ซม.  
 ก้น ๔๗ ม.

ตัวอย่าง ๑๐๓ จงเขียนแผนผังที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูป  
 สามเหลี่ยม วัดได้ก้นยาว ๑๔๐ ม. ๔๒ ม. และ ๑๔๒ ม.  
 ให้ใช้มาตรการส่วน  $\frac{๑}{๕๐๐๐}$



รูป ๑๐๓

วิธีทำ มาตรการส่วน  $\frac{๑}{๕๐๐๐} = ๑$  ซม. ก้น ๔๐๐๐ ซม.

หรือ ๑ ซม. ก้น ๔๐ เมตร

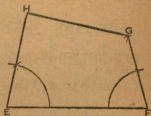
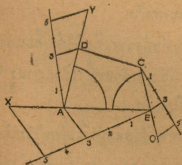
$$\begin{aligned} \text{ก้นที่ ๑ เป็นมาตรการส่วน} &= ๑๔๐ \div ๔๐ = ๓ \frac{๑}{๒๐} \text{ ซม.} \\ &= ๓.๕ \text{ ซม.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ก้นที่ ๒ เป็นมาตรการส่วน} &= ๔๒ \div ๔๐ = ๑ \frac{๓}{๑๐} \text{ ซม.} \\ &= ๑ \frac{๓}{๑๐} \text{ ซม.} = ๑.๓ \text{ ซม.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ก้นที่ ๓ เป็นมาตรการส่วน} &= ๑๔๒ \div ๔๐ = ๓ \frac{๓}{๑๐} \text{ ซม.} \\ &= ๓ \frac{๓}{๑๐} = ๓.๓ \text{ ซม.} \end{aligned}$$

∴ สร้าง  $\triangle ABC$  ให้ด้าน  $AB = ๓.๕$  ซม.  $BC = ๒.๓$  ซม. และ  $AC = ๔.๘$  ซม.  $\triangle ABC$  ก็เป็นแผนผังของที่ดินที่ต้องการ

ตัวอย่าง ๑๐๔  $\square ABCD$  เป็นแผนผังของที่ดินแปลงหนึ่ง ได้เขียนโดยใช้มาตราส่วนอย่างถูกต้องแล้ว แต่เล็กไปให้ขยายขึ้นให้ด้านเป็น  $x$  เท่า ๓ ของด้านเดิม



รูป ๑๐๔

วิธีทำ โจทย์นี้ไม่ได้บอกจำนวนเป็นตัวเลข จึงไม่มีทางคิดเลขขยายส่วน จึงต้องใช้ส่วนจากการที่แบ่งด้าน

๑. แบ่งด้าน  $BA$  ออกเป็น ๓ ส่วน แล้วต่อเลยออกไปอีก ๒ ส่วน เป็น  $x$  ส่วนถึง  $X$

๒. แบ่งด้าน  $AD$  ออกเป็น ๓ ส่วน แล้วต่อเลยออกไปอีก ๒ ส่วน เป็น  $x$  ส่วนถึง  $Y$

๓. แบ่งด้าน CB ออกเป็น ๓ ส่วน แล้วต่อเลยออกไป  
อีก ๒ ส่วน เป็น ๕ ส่วนถึง O

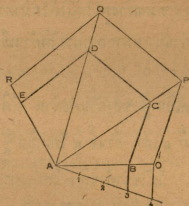
ชักเส้น EF ให้ยาวเท่ากับ BX คือ ๕ เท่า ๓ ของ AB  
ทำมุม  $\angle E = \angle A$  และ  $\angle F = \angle B$  ท้ายเส้น EH และ FG  
ตัด EH = AY, ตัด FG = CO, ลากเส้น GH

$\square EFGH$  เป็น  $\square$  คล้ายกับ  $\square ABCD$  และมีด้าน  
เป็น ๕ เท่า ๓ ของ ABCD กันต่อกัน

หมายเหตุ ไม่ต้องลากเส้นต่อกันรูปเดิมก็ได้ คือแบ่ง  
ด้านรูปเดิมออกเป็น ๓ ส่วน แล้วเอาส่วนหนึ่งไปวัดด้านรูป  
สร้างใหม่ให้ได้ ๕ ส่วน ก็ได้เหมือนกัน

ตามตัวอย่าง ๑๐๔ นี้ เป็นการ จำลองรูปที่เขียนไว้แล้ว  
จึงสร้างมุมให้เท่ากันได้ ถ้าเป็นการจำลองรูปจากพื้นดินจริง ๆ  
นักเรียนยังไม่สามารถจะทำมุมที่พื้นดินได้ แต่เราใช้เส้น  
ทะแยงแบ่งรูปสี่เหลี่ยมและหลายเหลี่ยมนั้น ๆ ออกเป็น รูปสาม  
เหลี่ยม ก็ทำให้รูปคล้ายกันได้

ตัวอย่าง ๑๐๕ จะเขียนแผนผังที่ดินแปลงหนึ่ง เป็น  
รูปห้าเหลี่ยม ซึ่งมีรูปจำลองอยู่แล้วแต่ใหญ่ไป จะย่อลง  
ให้กันเป็น  $\frac{๓}{๕}$  ของรูปเดิม



รูป ๑๔๐

วิธีทำ AOPQR เป็นรูปห้าเหลี่ยมที่จำลองไว้เต็ม  
แบ่ง AO ออกเป็น ๔ ส่วน เอาแต่ AB ซึ่งเป็น ๓ ส่วน  
ลากเส้นทแยง AP และ AQ

จากจุด B ลากเส้น BC ให้ขนานกับ OP และให้ C  
อยู่ใน AP

จากจุด C ลากเส้น CD ให้ขนานกับ PQ และให้ D  
อยู่ใน AQ

จากจุด D ลากเส้น DE ให้ขนานกับ QR และให้ E  
อยู่ใน AR

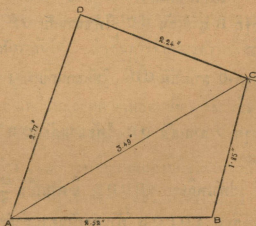
∴ รูปห้าเหลี่ยม ABCDE มีด้านเป็น  $\frac{3}{4}$  ของด้าน  
ในรูปห้าเหลี่ยม AOPQR ด้านต่อด้านตามลำดับ



หมายเหตุ ที่ว่าสร้างรูปใหม่ให้ได้มาคราส่วน ๓ คือ ๔  
หรือ  $\frac{4}{3}$  ของรูปเก่านั้น หมายความว่าให้ด้านเป็น  $\frac{4}{3}$  ของ ด้าน  
หาใช้พื้นที่ไม่

และทำให้เป็น  $\frac{4}{3}$  ของด้านต่อด้าน ก็คือด้านที่ ๑ ใหม่  
เป็น  $\frac{4}{3}$  ของด้านที่ ๑ เก่า ด้านที่ ๒ ใหม่เป็น  $\frac{4}{3}$  ของ ด้าน ที่ ๒  
เก่าเป็นลำดับไป ไม่ใช่ว่าด้านที่ ๒ ใหม่จะมาเป็น  $\frac{4}{3}$  ของด้าน  
ที่ ๑ เก่า หรือของด้านที่ ๓ เก่า สืบสานกันเช่นนั้นไม่ได้

ตัวอย่าง ๑๐๖ จงวัดที่ดินแปลงหนึ่ง ซึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยม  
แล้วมาเขียนแผนผัง ใช้มาตราส่วนให้พอเหมาะแก่หน้ากระดาษ



รูป ๑๐๖

วิธีทำ ๑. เขาหลักไปตกที่มุมที่ดินทั้ง ๔ มุม สมมติ  
ว่า A, B, C และ D

๒. วัดจากหลัก A และ B ได้ ๒๕๒ ฟุต, B และ C  
ได้ ๑๘๕ ฟุต, C และ D ได้ ๒๒๔ ฟุต, D และ A ได้  
๒๗๗ ฟุต, เส้นทะแยง AC ได้ ๓๔๙ ฟุต

๓. ปริมาณที่ใช้มาตราส่วนเท่าไร จึงจะดี เห็นว่า  
๑ นิ้ว เท่า ๑๐๐ ฟุต จะพอดี ทำเป็นเศษส่วนได้ =  $\frac{๑ \text{ นิ้ว}}{๑๐๐ \text{ ฟุต}}$

$$= \frac{๑}{๑๐๐ \times ๑๒} = \frac{๑}{๑๒๐๐}$$

๔. ด้านและเส้นทะแยงทำเป็นมาตราส่วนได้ คือ

$$AB = ๒.๕๒ \text{ นิ้ว} \quad BC = ๑.๘๕ \text{ นิ้ว} \quad CD = ๒.๒๔ \text{ นิ้ว}$$

$$DA = ๒.๗๗ \text{ นิ้ว} \quad AC = ๓.๔๙ \text{ นิ้ว}$$

๕. ขีดเส้น AB ยาว ๒.๕๒ นิ้ว (ถ้ายังสงสัยการวัด  
ทศนิยมของนิ้ว กรุ๊ป ๑๓๕)

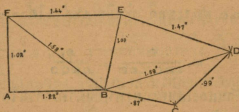
เขาจุด A เป็นศูนย์กลาง รัศมี AC = ๓.๔๙ นิ้ว เขียน  
เส้นโค้ง และเขาจุด B เป็นศูนย์กลาง รัศมี BC = ๑.๘๕  
นิ้ว เขียนเส้นโค้งให้ตัดกันก่อนที่จุด C

เขาจุด A เป็นศูนย์กลาง รัศมี AD = ๒.๗๗ นิ้ว เขียน

เส้นโค้ง เขาจุด C เป็นศูนย์กลาง วัดได้  $CD = ๓.๒๔$  นิ้ว  
เขียนเส้นโค้งให้ตัดเส้นโค้งก่อนที่จุด D บนข้างซ้ายของ AC

$\therefore$  ABCD เป็นรูปจำลองของของที่ดินมาตราส่วน  $\frac{๑}{๑๒๐๐}$

ตัวอย่าง ๑๐๗ ทรงสำรวจที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูปหกเหลี่ยม  
ABCDEF แล้วมาเขียน แผนผังใช้ มาตรา ส่วน ๑ นิ้ว ต่อ  
๑๐๐ เมตร



รูป ๑๔๒

วิธีทำ สำรวจที่ดิน ปักหลักท่อนทั้ง ๖ ของที่ดิน กิ่ง

หลัก A, B, C, D, E และ F

วัดด้าน  $AB = ๑๒๒$  ม. ด้าน  $BC = ๘๗$  ม.

,,  $CD = ๘๘$  ม. ,,  $DE = ๑๔๗$  ม.

,,  $EF = ๑๔๔$  ม. ,,  $FA = ๑๐๒$  ม.

เส้นทะแยง  $BD = ๑๖๘$  ม.  $BE = ๑๐๐$  ม.  $BF = ๑๕๘$  ม.

เขียนแผนผัง สร้าง  $\Delta$  รูปที่ ๑ จักเส้น  $AB = ๑.๒๒$

นิ้ว (วัดจากมาตราส่วน เส้นทะแยงในไม้บรรทัด) เอาจุด A เป็นศูนย์กลาง รัศมี AF ยาว ๑.๐๒ นิ้ว เอาจุด B เป็นศูนย์กลาง รัศมี BF ยาว ๑.๕๘ นิ้ว เขียนเส้นโค้งให้ตัดกันที่จุด F แล้วชักเส้น (และสร้างรูปสามเหลี่ยมที่ละรูปเป็นลำดับไป)

สร้าง  $\triangle$  รูปที่ ๒ ชักเส้น  $BE = ๑$  นิ้ว ชักเส้น  $FE = ๑.๔๔$  นิ้ว ให้พบกันที่จุด E

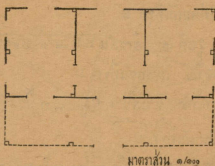
สร้าง  $\triangle$  รูปที่ ๓ ชักเส้น  $BD = ๑.๖๙$  นิ้ว ชักเส้น  $ED = ๑.๔๗$  นิ้ว ให้พบกันที่จุด D

รูป  $\triangle$  รูปที่ ๔ ชักเส้น  $BC = .๘๗$  นิ้ว ชักเส้น  $DC = .๙๙$  นิ้ว ให้พบกันที่จุด C

$\therefore$  ABCDEF เป็นรูปหกเหลี่ยมจำลอง ของ ที่ดิน  
มาตราส่วน ๑ นิ้วต่อ ๑๐๐ เมตร

หมายเหตุ การสำรวจ (เซอร์เวย์) ทำแผนที่ใหญ่ๆ ท้องทุ่งหรือประเทศ ก็ต้องสำรวจที่ละรูปสามเหลี่ยมเช่นนั้นเหมือนกัน มีอะไรภายในรูปสามเหลี่ยม เช่นแม่น้ำ บึง วิก ภูเขา ฯลฯ ก็เขียนบรรจุลงไปทีละรูปๆ เมื่อสำรวจหมดตลอดเขตก็ได้อาณาเขตที่ถูกต้องบริบูรณ์

ตัวอย่าง ๑๐๘ จงเขียนแผนผังพื้นที่เรือน ๓ ห้อง ชั้น  
 เกือบ กว้าง ๖ เมตร ยาว ๙ เมตร แบ่งเป็นระเบียบ ๒ เมตร  
 มีฝาประันห้อง ๒ ฝา ด้านหน้ามีประตู ๓ ประตู ด้านหลัง  
 มีหน้าต่าง ๓ หน้าต่าง ด้านละกั้นหน้าต่างกั้นละ ๒ หน้าต่าง  
 ฝาประันห้องมี ประตู ๑ ประตู ประตูกว้าง ๑.๒๐ เมตร  
 หน้าต่างกว้าง ๑.๐๐ เมตร มาตรฐาน  $\frac{๑}{๑๐๐}$  (๑ ซม. เท่า ๑ ม.)



รูป ๑๔๓

(วิธีทำขอให้ครูอธิบาย)

### แบบฝึกหัดที่ ๑๗

- ๑) ที่ดินแปลงหนึ่ง เป็นรูป สามเหลี่ยม ABC ด้าน  
 $AB = ๑๓๒$  วา  $BC = ๑๕๔$  วา  $CA = ๑๗๖$  วา จง  
 เขียนแผนผังใช้มาตรฐาน ๑ นิ้ว เท่า ๑๐๐ วา

๓) ที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยม ABCD มุม A และ B เป็นมุมฉาก ด้าน  $AB = ๔๑๓$  ม.  $BC = ๑๗๖$  ม. ด้าน  $AD = ๓๘๕$  ม. จงเขียนแผนผังใช้มาตราส่วน ๑ นิ้วต่อ ๑๐๐ ม. แล้ววัดด้าน CD ยาวเท่าใด

๓) ที่นาแปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยม ABCD วัดด้าน  $AB = ๕๕๐$  ม.  $BC = ๔๗๐$  ม.  $CD = ๓๘๐$  ม.  $DA = ๔๓๐$  ม. เส้นทะแยง  $AC = ๖๖๐$  ม. จงเขียนแผนผังใช้มาตราส่วน  $\frac{1}{๑๐๐๐๐}$  (๑ ซม. ต่อ ๑๐๐ ม.)

๔) ที่สวนแปลงหนึ่งเป็นรูปห้าเหลี่ยม ABCDE ด้าน  $AB = ๑๙๐$  ม.  $BC = ๑๑๐$  ม.  $CD = ๒๒๐$  ม.  $DE = ๒๐๐$  ม.  $EA = ๑๕๐$  ม. เส้นทะแยง  $AC = ๒๖๐$  ม.  $AD = ๓๐๐$  ม. จงเขียนแผนผังใช้มาตราส่วน  $\frac{1}{๕๐๐๐}$  (คือ ๑ ซม. = ๕๐ ม.)

หมายเหตุ การที่จะสร้างรูปหลายเหลี่ยม ควรร่างรูปขึ้นก่อน เพื่อให้รู้ว่าเส้นไหนอยู่ตรงไหน รูปจะผิดเพี้ยนอย่างไรก็ตาม มีฉะนั้นจะลงน วาดด้านผลิตภัณฑ์ที่กำหนดให้ไปได้

๕) หากศาลากลาง จังหวัด A มีถนนตรงไป ยัง ตำบล สุกเขตก ๕ สาย คือถึงตำบล B = ๕๒ กม. ถึง C = ๔๗

กม. ถึง  $D = ๕๕$  กม. ถึง  $E = ๓๓$  กม. ถึง  $F = ๔๖$  กม. และมีถนนจากตำบลหนึ่งถึงอีกตำบลหนึ่งดังนี้ จาก  $B$  ถึง  $C = ๕๐$  กม. จาก  $C$  ถึง  $D = ๕๖$  กม. จาก  $D$  ถึง  $E = ๕๓$  กม. จาก  $E$  ถึง  $F = ๕๘$  กม. จงเขียนแผนผังใช้มาตราส่วน ๑ ซม. ต่อ ๑๐ กม. แล้ววัดกึ่งถนนสาย  $F$  ถึง  $B$  ว่ายาวเท่าใด

๖) ที่กิน แปลงหนึ่ง เป็น รูป ๖ เหลี่ยม  $ABCDEF$  ด้าน  $AB = ๑๗๒$  ไมล์  $BC = ๒๐๓$  ไมล์  $CD = ๑๓๘$  ไมล์  $DE = ๑๘๒$  ไมล์  $EF = ๑๓๕$  ไมล์  $FA = ๒๑๘$  ไมล์ เส้นทะแยง  $AC = ๓๐๕$  ไมล์  $AD = ๓๒๐$  ไมล์  $AE = ๓๐๐$  ไมล์ จงเขียนแผนผังใช้มาตราส่วน ๑ นิ้ว ต่อ ๑๐๐ ไมล์

๗) จงเขียน แผนผัง พื้นเรือน ๒ ห้อง กว้าง ๕ เมตร ยาว ๖ เมตร แบ่งเป็นระเบียบสี่เหลี่ยม ๒ เมตร ด้านหลังมีประตู ๒ ประตู ด้านหลังมีหน้าต่าง ๒ หน้าต่าง ด้านข้างมีหน้าต่างข้างละ ๑ หน้าต่าง ประตูและหน้าต่างกว้าง ๑ เมตรเท่ากัน ใช้มาตราส่วน ๑ ซม. ต่อ ๕๐ ซม.

๘) จงวัดและเขียน แผนผังห้องเรียน ชั้นนักเรียน เรือนอยู่  
นี้ แสดงฝาห้องและประตูหน้าต่างใช้มาตราส่วนเขาเอง

๙) จงเขียนแผนผังพื้นที่ห้องเรียนหรือโรงที่มอยู่ใกล้ๆ นี้  
แล้วแต่ครูจะกำหนดให้ ให้แสดงอะไรอย่าง หรือใช้มาตรา  
ส่วนเท่าใด

## แบบฝึกหัดที่ ๑๘ (ระคน)

- (๑) จงขีดเส้นขนาน ๒ เส้น โดยทำให้มุมแย้งเท่ากัน
- (๒) จงสร้าง  $\square$  ด้านขนาน ด้านประชิดยาว ๗ ซม.  
และ ๕ ซม. เส้นสูงยาว ๔ ซม.
- (๓) จงสร้าง  $\triangle$  หน้าจั่ว เส้นสูง ๕ ซม. สูง ๖ ซม.
- (๔) จงหาจุดศูนย์กลางของวงกลมที่กำหนดให้
- (๕) ที่ดินแปลงหนึ่งเป็น  $\square ABCD$  ด้าน  $AB =$   
๗ วา  $BC = ๖$  วา  $CD = ๕$  วา  $AD = ๘$  วา เส้น  
ทะแยง  $AC = ๙$  วา ใช้มาตราส่วน ๑ ซม. เท่า ๒ วา จง  
เขียนแผนผัง

(๖)  $ABC$  เป็น  $\triangle$  ด้าน  $AB = ๑.๗๕$  นิ้ว  $AC =$   
 $๑.๙๕$  นิ้ว สูง  $BC = ๒.๓๔$  นิ้ว จงแบ่งด้าน  $AB$  ออก



ไปเป็น ๕ ส่วนเท่าๆ กันด้วยจุด D, E, F, G แล้วลากเส้นจาก  
จุดเหล่านั้นให้ขนานกับฐาน BC ไปตัดด้าน AC ออกเป็นส่วนๆ  
จึงวัดกว่าส่วนหนึ่งๆ ยาวเท่าไร

(๗) จงขีดเส้นในวง ๒ เส้นให้ ห่าง จาก จุดศูนย์กลาง กลาง  
เท่ากัน

(๘) จงขีดเส้นขนาน ๒ เส้น โดยวิธีทำให้มุมภายนอก  
กับมุมภายในเท่ากัน

(๙) จงสร้าง  $\triangle ABC$  กำหนดให้ด้าน AB, BC  
และเส้นที่ลากจาก A มาแบ่งครึ่ง BC

(๑๐) จงสร้าง  $\triangle$  กำหนดให้ฐาน เส้นสูง กับด้านอีก  
ด้านหนึ่ง

(๑๑) จงสร้าง  $\square$  กำหนดให้ด้าน ๆ หนึ่ง และเส้น  
ทะแยงทั้ง ๒

(๑๒) จงสร้าง  $\triangle \angle$  กำหนดให้ด้านตั้ง และมุม  
แหลมมุมหนึ่งเป็น ๒ เท่าของอีกมุมหนึ่ง

(๑๓) จงสร้าง  $\triangle \angle$  กำหนดให้ด้านฐาน และเส้น  
ตั้งได้ฉากกับด้านทะแยงที่ลากมาจาก  $\angle$  ฉ

(๑๔) จงสร้าง  $\triangle \angle$  กำหนดให้ด้านฐาน และมุม  
ตรงข้ามกับด้านฐาน

(๑๕) วงสร้าง  $\square$  ขนมหียกปูน ก้านเท่า กำหนดให้  
ก้านเท่ากับเส้นทะแยงเส้นหนึ่ง

(๑๖) วงสร้าง  $\triangle$  หน้าจั่ว กำหนดให้มุมยอด และ  
เส้นสูง

(๑๗) วงสร้าง  $\triangle$  หน้าจั่ว กำหนดให้มุมยอดเป็น  $4$   
เท่าของมุมที่ฐานมุมใดมุมหนึ่ง

(๑๘) วงสร้าง  $\triangle$  หน้าจั่ว กำหนดให้ก้านฐาน และ  
มุมยอด

(๑๙) วงหาทุก ๆ หนึ่ง ในแกนของมุม ซึ่งห่างจากจุด  
ยอดมุม และห่างจากอีกจุดหนึ่งในแกนของมุมอีกข้างหนึ่งเท่ากัน

(๒๐) ในฐาน  $BC$  หรือเส้นต่อของฐานแห่ง  $\triangle ABC$   
ให้หาจุด  $D$  ซึ่งห่างจาก  $A$  และ  $C$  เท่ากัน

(๒๑) วงขีดเส้นจากปลายมุมฉาก ไปยังด้าน ทะแยง  
ของ  $\triangle$  ใด ให้แบ่งเป็น  $\triangle$  หน้าจั่ว ๒ รูป

(๒๒) วงขีดเส้นให้ยาว  $\frac{3}{5}$  ของเส้นที่กำหนดให้

(๒๓) วงแบ่งเส้นตรงที่กำหนดให้ ออกเป็นสองส่วน ให้  
ส่วนหนึ่งเป็น  $\frac{4}{5}$  ของอีกส่วนหนึ่ง

(๒๔) จงสร้าง  $\triangle$  หน้าจั่ว กำหนดให้ด้านฐานและผลบวกของด้านทั้งสาม

(๒๕) จงสร้างรูป  $\square$  ขนมห้อยกปูนด้านเท่า กำหนดให้มีมุมๆหนึ่ง และผลบวกของด้านทั้งสี่

(๒๖) จงสร้าง  $\triangle$  ด้านเท่า ให้ผลบวกของด้านทั้งสามเท่ากับผลบวกของ  $\triangle$  ที่กำหนดให้

(๒๗) จงขีดเส้นขนาน ๒ เส้น โดยวิธีทำให้มุมภายในขนานข้างเคียงรวมกันโตเท่ากับ ๒ มุมฉาก

(๒๘) จงแบ่งเส้นตรง  $AB$  ยาว ๓ นิ้ว ออกตามส่วนในเส้นตรง  $CD$  ซึ่งยาว ๓ ซม. เป็นส่วนคือ ๓ มม. ๕ มม. ๗ มม. ๘ มม. ๕ มม. ๖ มม.

(๒๙) ที่กินแปลงหนึ่งเป็นรูปห้าเหลี่ยม  $ABCDE$   
 $AB = ๑.๒๖$  เส้น  $BC = ๑.๓๗$  เส้น  $CD = ๒.๑๘$  เส้น  
 $DE = ๒.๓๘$  เส้น  $EA = ๑.๘๓$  เส้น เส้นทะแยง  
 $AD = ๒.๔๗$  เส้น  $AC = ๒.๐๙$  เส้น จงเขียนแผนผัง ใช้  
 มาตรการส่วน ๑ นิ้วคือ ๑ เส้น

(๓๐) จงสร้าง  $\square$  ด้านขนาน ให้ด้านสั้นเป็น  $\frac{๑}{๒}$  ของด้านยาว และให้มีมุมๆหนึ่งเท่ากับมุมที่กำหนดให้

(๓๑) จงบรรจรูปเจ็ดเหลี่ยม ด้านเท่าลงใน วงกลมเส้นผ่านศูนย์กลางยาว  $2\frac{1}{2}$  นิ้ว

(๓๒) จงแบ่งด้านของ  $\triangle$  ด้านหนึ่งออกตามส่วนของอีกด้านหนึ่ง

(๓๓) จงขีดมาตราส่วน ๕ ซม. แทน ๑๒๕ กม.

ก. มาตราส่วนนี้เขียนเป็นเศษส่วนใดเท่าไร

ข. ให้แบ่งออกเป็นส่วนใหญ่与小ให้ส่วนละ ๒๕ กม.

ค. ให้แบ่งเป็นส่วนย่อย与小ให้ส่วนละ ๕ กม.

(๓๔) จงสร้างมุม  $40^\circ$  ให้แขน ของ มุม ข้าง หนึ่ง ยาว ๒.๕ ซม. อีกข้างหนึ่งยาว ๓ ซม. แล้วเขียนวงกลมล้อมให้แขนของมุมทั้ง ๒ นั้นเป็นเส้นในวง

(๓๕) ในวงกลมที่กำหนดให้ จงบรรจุ  $\triangle$  ให้มีมุม  $= 45^\circ, 60^\circ$  และ  $75^\circ$

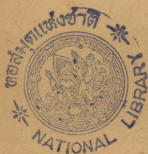
(๓๖) จงหาทุกๆ หนึ่ง ซึ่งเมื่อขีดเส้นโค้งต่อไป จะพบโดยไม่ต้องใช้วิธีเกี่ยวข้องกันแก่จุดศูนย์กลาง

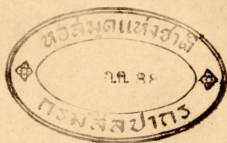
(๓๗) จง แบ่ง วงกลม ออก เป็น ๒ ส่วน เท่า ๆ กัน ด้วยเส้นโค้ง

(๓๘) ทรงบรรจุรูปเก่าเหลี่ยมด้านเท่าลงในวงกลม เส้นผ่านศูนย์กลางยาว ๕.๕ ซม.

(๓๙) ทรงสร้างมาตรา ส่วน เส้น ทะแยง ที่ระ วัคได้  
ถึง  $\frac{๑}{๗๒}$  นิ้ว

(๔๐) ทรงเขียนแผนผังพื้นที่ของเรือนของนักเรือน แสดง  
ประตูหน้าต่างด้วย





ไครวานไครวก้าว

แดนไทย

ไทยรบจนสุดใจ

ชาติต้น

เสียเนื้อเลือดหลังไหล

ยอมสละ สิ้นแด

เสียชีพไปเสียสิ้น

ชื่อกองเกียรติงาม

หากสยามยังอยู่ยง

ยืนยง

เราก็เหมือนอยู่คง

ชีพด้วย

หากสยามพินาศลง

ไทยอยู่ ได้ฤ

เราก็เหมือนมอดม้วย

หมดสิ้นสกุลไทย

พระราชนิพนธ์ รัชกาลที่ ๖